APLICAÇÃO DE MODELOS DE AGENTES E REDES COMPLEXAS NA CARACTERIZAÇÃO E ESTUDO DA INTERAÇÃO ENTRE INSETOS SOCIAIS, COM ENFOQUE EM FORMIGAS

Murilo Dantas de Miranda

Dissertação apresentado à Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" para a obtenção do título de Mestre em Biometria.

BOTUCATU
São Paulo - Brasil
Março – 2012

APLICAÇÃO DE MODELOS DE AGENTES E REDES COMPLEXAS NA CARACTERIZAÇÃO E ESTUDO DA INTERAÇÃO ENTRE INSETOS SOCIAIS, COM ENFOQUE EM FORMIGAS

Murilo Dantas de Miranda

Orientadora: Prof[a]. Dra. **Claudia Pio Ferreira**

Dissertação apresentado à Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" para a obtenção do título de Mestre em Biometria.

BOTUCATU
São Paulo - Brasil
Março – 2012

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA SEÇÃO DE AQUIS. E TRAT. DA INFORMAÇÃO
DIVISÃO TÉCNICA DE BIBLIOTECA E DOCUMENTAÇÃO - CAMPUS DE BOTUCATU - UNESP
BIBLIOTECÁRIA RESPONSÁVEL: ***ROSEMEIRE APARECIDA VICENTE***

Miranda, Murilo Dantas de.
Aplicação de modelos de agentes e redes complexas na caracterização e estudo da interação entre insetos sociais, com enfoque em formigas / Murilo Dantas de Miranda. – Botucatu : [s.n.], 2012

Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Biociências de Botucatu
Orientador: Claudia Pio Ferreira
Capes: 90194000

1. Inseto. 2. Comportamento - Avaliação. 2. Formiga – Identificação.

Palavras-chave: Autômatos celulares; *Camponotus senex*; Rede aleatória; Rede mundo pequeno.

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
Campus de Botucatu

MEMBROS DA COMISSÃO JULGADORA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE **MURILO DANTAS DE MIRANDA**, INTITULADA **APLICAÇÃO DE MODELOS DE AGENTES E REDES COMPLEXAS NA CARACTERIZAÇÃO E ESTUDO DA INTERAÇÃO ENTRE INSETOS SOCIAIS, COM ENFOQUE EM FORMIGAS**, APRESENTADA AO INSTITUTO DE BIOCIÊNCIAS, UNESP, CAMPUS DE BOTUCATU, SÃO PAULO, EM 01 DE MARÇO DE 2012.

APROVADA PELA COMISSÃO JULGADORA:

Profa. Dra. CLAUDIA PIO FERREIRA

Prof. Dr. PAULO FERNANDO DE A MANCERA

Prof. Dr. MARCIO ROBERTO PIE

Instituto de Biociências – Seção de Pós-Graduação
Distrito de Rubião Júnior, s/n CEP 18.618-000 Botucatu-SP Brasil
Tel (14) 3811-6148 fax (14) 3815-3744 posgraduacao@ibb.unesp.br

Dedico a painho e as mainhas.

Agradecimentos

Agradeço a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) (Processo 2010/04671-9).

À Profa. Dra. Claudia P. Ferreira, minha orientadora, pelo voto de confiança, pela fundamental contribuição no meu crescimento enquanto pesquisador.

Ao Programa de Pós-Graduação em Biometria do Instituto de Biociências da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" de Botucatu e a seus professores, na pessoa da coordenadora Profa. Dra. Luzia A. Trinca, pela oportunidade de concretizar meu crescimento científico e profissional.

Ao laboratório de Dinâmica Evolutiva e Sistemas Complexos da Universidade Federal do Paraná, principalmente ao Prof. Dr. Marcio R. Pie, aos mestrandos Felipe M. Neves e Marcelo Borges.

Aos membros das bancas de qualificação e defesa.

Aos meus amigos baianos, em especial MSc. Fabricio Gama, MSc. Saymon H. S. Santana, MSc. Jaílson dos S. Novais, MSc. João R. Silva que desse a graduação me dão suporte na realização dos trabalhos e pela nossa amizade.

Aos meus amigos paulistas e mineiros, em especial as irmãs Gomes (Viviam e Juliana) pelo acolhimento na cidade, Danilo S. Ré e Ana L. Pavan.

A toda minha família, em especial a minha irmã Marcia G. D. de Miranda e a minha sobrinha Danielly D. M. dos Santos, pelo apoio em muitos momentos de minha vida, e ao meu primo insuportável Sérgio M. M. Bittencourt. Também agradeço a minha avó, meus tios e tias, primos e todos que foram fundamentais nesta minha trajetória.

Aos meus amigos do Laboratório de Entomologia da Universidade Estadual de Feira de Santana, principalmente Patrícia L. Oliveira-Rebouças e Miriam Gimenes.

A todas as pessoas que, direta ou indiretamente, contribuíram para a concretização deste trabalho.

"All the boys, all the girls,
All the mess in the world
All the boys, all the girls,
All the mess that occurs.
All the high's, all the low's"
Coldplay - Charlie Brown

Sumário

Página

Lista de Figuras

Página

Lista de Tabelas

Página

APLICAÇÃO DE MODELOS DE AGENTES E REDES COMPLEXAS NA CARACTERIZAÇÃO E ESTUDO DA INTERAÇÃO ENTRE INSETOS SOCIAIS, COM ENFOQUE EM FORMIGAS

Autor: MURILO DANTAS DE MIRANDA

Orientadora: Profª. Dra. CLAUDIA PIO FERREIRA

RESUMO

Insetos sociais são conhecidos pela capacidade que possuem de gerar comportamentos coletivos robustos a partir de informações limitadas ao nível de indivíduo, sem que haja um controle central. Esta propriedade de geração de padrões a partir de regras locais é conhecida como auto-organização. As formigas são um exemplo de sucesso ecológico e o único grupo exclusivamente eusocial dentro de Hymenoptera. Devido a sua abundância e diversidade de hábitos alimentares exercem efeitos importantes na maioria dos ecossistemas terrestres. Dentre os vários tipos de interação que ocorrem entre formigas, a limpeza mútua (*allogrooming*) está entre os principais atos comportamentais, onde membros de determinada espécie executam a limpeza em outros indivíduos pertencente aos seu grupo social. Nesta tese buscamos investigar as redes de interações geradas pelo modelo proposto por Miramontes et al. (1993), o qual simula o comportamento individual de formigas, mais especificamente processos de ativação e inativação gerados por interações locais, as quais levam a sincronização temporal de atividades da colônia. Uma extensão do modelo Miramontes et al. (1993) para duas castas de formigas tecelãs foi construída. Nesse novo modelo foi utilizado dados etológicos de limpeza mútua (*allogrooming*) obtidos do trabalho de Blonder & Dornhaus (2011), e o ato de ativação e inativação das castas e da colônia, como descrito mo modelo de Miramontes et al. (1993). Os resultados obtidos sugerem que a densidade da colônia está entre 0,20 a 0,50, pois nesse intervalo a colônia tem altos valores de coeficiente de agrupamento e razão sinal-ruído, e baixos valores de caminho médio mínimo e período de sincronização.

Temos ainda que a topologia das interações para o ato *allogrooming* da colônia muda com o tempo, inicialmente a distribuição dos graus segue uma lei de potência (a qual caracteriza uma rede livre de escala) e depois uma distribuição de Poisson.

Palavras-chave: rede aleatória, rede mundo pequeno, autômatos celulares, *Camponotus senex*

APPLYING AGENT BASED MODELS AND COMPLEX NETWORKS TO STUDY AND CHARACTERIZE INSECT SOCIAL NETWORKS, EMPHASIZE ON ANTS

Author: MURILO DANTAS DE MIRANDA
Adviser: Prof[a]. Dra. CLAUDIA PIO FERREIRA

SUMMARY

Social insects are known to have the ability to generate robust collective behavior from the limited information at the individual level, without central control. This property of generating patterns from local rules is known as self-organization. The aims of this study were to characterize the networks of interactions generated by the model proposed by Miramontes et al. (1993), which simulates individual behavior of ants, more specifically the activation and inactivation processes generated by local interactions, which cause the temporal synchronization of activities of the colony. A second model was proposed from the model Miramontes et al. (1993) for two castes of weaver ants, in this model was used ethological data of allogrooming and the act of activation and inactivation of caste and colony. The results show that the density of the colony is between 020 to 050, the colony as this range has high clustering coefficient values and signal to noise ratio, and low values of average path length and minimum synchronization period. We still have the topology of interactions for the act allogrooming of the colony changes with time, initially the distribution of degrees follows a power law, then a Poisson distribution. The model indicates that the initial network behavior generated by the act allogrooming is the type of scale free.

Keywords: random network, small-world network, cellular automata, *Camponotus senex*

1 INSETOS SOCIAIS: MOTIVAÇÃO BIOLÓGICA

1.1 Introdução

Uma interação envolve dois ou mais indivíduos e um ou mais atos comportamentais, essas interações entre indivíduos são elementos básicos na organização social (Hinde, 1976). A organização social é resultante das interações locais entre os indivíduos e seu ambiente, sendo definida como uma classe importante de relações ecológicas entre os coespecíficos, podendo incluir as relações de competição, cooperação e dominância na aquisição de recursos ou companheiros (Wilson, 1975). É também importante no contexto de biologia populacional, influenciando o fluxo de gene e padrão espacial de cada espécie (Wilson, 1975; Whitehead, 1997). Na análise da organização social das espécies é muito importante utilizar uma ferramenta sofisticada como, por exemplo, as redes complexas para responder a perguntas, como: quais as implicações na organização social para a evolução na escolha do companheiro, nas estratégias de aprendizagem e na transmissão de doenças? Como a organização social permite que os animais se adaptem as mudanças ambientais? (Krause et al., 2007; Wey et al., 2008).

A organização social ou sociabilidade nos insetos é dividido pelos entomólogos em insetos eusociais, que cooperam na reprodução e divisão do trabalho reprodutivo, e insetos subsociais, que possuem hábitos sociais não tão fortemente desenvolvidos, tendo uma extensão menor de cooperação e divisão do trabalho reprodutivo (Gullan & Cranston, 2008). A eusocialidade é restrita as ordens Hymenoptera (formigas, algumas abelhas e vespas) e Isoptera (cupins).

Os insetos sociais são conhecidos pela capacidade de gerar comportamentos coletivos robustos a partir de informações limitadas a nível de indivíduo, sem que haja um controle central. Esta propriedade de geração de padrões globais a partir de regras locais é conhecida com auto-organização (Bonabeau et al., 1997). A investigação de fenômenos coletivos em sistemas biológicos é uma tarefa muito difícil e a modelagem matemática, aliada a dados observacionais, é uma ferramenta poderosa no entendimento e caracterização destes comportamentos.

Dentre os diversos trabalhos na área de modelagem matemática e computacional utilizando os insetos sociais como motivação biológica (Solé et al., 1993; Naug & Camazine, 2002; Fewell, 2003) podemos citar aqueles que estudaram o comportamento das formigas, desde o fluxo de informação na colônia (Blonder & Dornhaus, 2011) e formação de trilhas (Edelstein-Keshet et al., 1995; Watmough & Edelstein-Keshet, 1995) até sincronização de atos comportamentais (Franks et al., 1990; Cole, 1991, 1992).

Segundo Hölldobler & Wilson (1990), as formigas representam uma ramificação evolutiva que obteve muito sucesso ecológico. Este sucesso pode estar associado com o estilo de vida predatório social (Wilson, 1987; Hölldobler & Wilson, 1990). Além disso, a sua grande diversidade se deve a enorme variedade de habitats de nidificação, preferências alimentares e comportamento social com divisão de trabalho (Wilson, 1987; Hölldobler & Wilson, 1990).

Dos vários tipos de interações que ocorrem com as formigas, a limpeza mútua ("allogrooming") está entre os principais atos comportamentais. Entendemos como limpeza mútua o comportamento no qual o indivíduo remove os parasitas dos outros indivíduos da colônia, tornando-a mais resistente a patógenos. O padrão temporal dos atos comportamentais é uma das características fundamentais de qualquer ato comportamental principalmente para sua compreensão como um mecanismo adaptativo (Cole, 1991).

Os objetivos desse trabalho são caracterizar as redes de interações geradas pelo modelo baseado em agentes proposto por Miramontes et al. (1993), que

simula o comportamento individual de formigas (supondo uma única casta), mais especificamente processos de ativação e inativação causados por interações locais; modificar este modelo incluindo duas castas (operárias e rainhas), e dados etológicos de limpeza mútua da formiga tecelã *Camponotus senex* Smith (1858).

1.2 Metodologia

As técnicas computacionais e matemáticas utilizadas no estudo do comportamento de limpeza mútua ("allogrooming") entre formigas foram os autômatos celulares e redes complexas. A seguir comentamos as implementações realizadas neste trabalho. Posteriormente, faremos uma introdução ao formalismo de autômatos celulares e redes complexas.

1.2.1 Autômatos Celulares

O modelo desenvolvido por Miramontes et al. (1993) tem por objetivo reproduzir o ato comportamental de ativação e inativação dos indivíduos de uma colônia de formigas. Para isso, eles propuseram um autômato celular bidimensional probabilístico de tamanho linear $N = 10$ com dois estados (agente ativo ou inativo) e condição de contorno fixa. Cada autômato representa um indivíduo da colônia o qual interage localmente com seus vizinhos mais próximos (vizinhança de Moore).

Neste modelo, cada agente a_i na rede é caracterizado por três quantidades:

$$a_i = \{x_i, y_i, m_i\}, \tag{1}$$

em que x_i e y_i são as coordenadas do agente na rede e m_i é a variável de estado (agente ativo ou inativo), a qual é dada pela função de Heaviside (função degrau)

$$m_i = \begin{cases} 1, & \text{se } S_i > 0 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}, \tag{2}$$

em que S_i representa o valor de atividade do agente e é dada pela seguinte expressão:

$$S_i^{t+1} = \tanh\left[g\left(\sum_{j=1}^{k} J_{ij}S_j^t + J_{ii}S_i^t\right)\right], \tag{3}$$

sendo g um parâmetro que permite controlar o ângulo da função tangente hiperbólica, k o número de vizinhos e t o tempo. A função tangente hiperbólica limita os valores de S_i entre -1 e 1. O parâmetro J_{ii} representa a interação do indivíduo com ele mesmo e os demais J_{ij} são os acoplamentos obtidos a partir da matriz

$$J = \begin{pmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{pmatrix},$$

em que J_{11}, J_{12}, J_{21} e J_{22} representam, respectivamente, a interação entre agentes ativo-ativo, ativo-inativo, inativo-ativo e inativo-inativo. Essa matriz é muito importante, pois contém informações sobre a biologia dos insetos sociais, tais como a frequência dos atos comportamentais das diferentes castas (operárias, rainhas e soldados).

Indivíduos ativos podem se movimentar caso haja em sua vizinhança sítios vazios, e os indivíduos inativos têm probabilidade ϵ=0,01 de ficarem ativos (ativação espontânea). A condição inicial é gerada aleatoriamente, com a_i indivíduos distribuídos na rede, cada qual com um valor de S_i^0. Os resultados apresentados no artigo, foram obtidos utilizando $J_{11} = J_{12} = J_{21} = J_{22} = 1$ e g=0,05. Este modelo reproduziu bem o padrão do ato comportamental de ativação e inativação observado no artigo experimental de Cole (1991).

Para caracterizar a rede de interação do modelo proposto por Miramontes et al. (1993) construímos a matriz de incidência (após 1000 iterações), I, a qual determina se há ou não interação entre os agentes. Assim, se os agentes i e j (vizinhos) estão ativos temos que $I_{ij} = 1$ senão $I_{ij} = 0$ sendo $i \neq j$ e $i, j = 1, \ldots, Q$, em que Q é o número total de agentes na rede. Utilizamos condição de contorno fixa (apresentaremos resultados utilizando também condição de contorno periódica), atualização paralela e rede de tamanho linear $N = 25$. Para esse modelo foram realizadas 25 simulações.

Foram feitas medidas relativas à topologia da rede, tais como coeficiente de agrupamento, caminho médio, grau médio e distribuição dos graus. Os resultados obtidos foram comparados com os valores esperados para redes aleatórias com mesmo grau médio. As distribuições dos graus foram ajustadas para as distribuições: Normal, Exponencial discreta, Poisson e de Lei de potência, e para selecionar o melhor ajuste foi utilizado o critério de Informação de Akaike corrigido (AICc) (Burnham & Anderson, 2002). Os ajustes das distribuições dos graus e as figuras das redes geradas pelas simulações foram feitas no programa R 2.13.0 (R Development Core Team, 2011), somente para os melhores ajustes foram construídos os gráficos das distribuições dos graus. Também foram calculados o período de sincronização do comportamento de ativação-inativação do formigueiro, p, utilizando a transformada rápida de Fourier nos dados de séries temporais. A razão sinal-ruído foi definida como $SNR = \bar{p}/(\bar{p} + \sigma)$, em que $\bar{p}$ é o período médio e σ é o desvio padrão obtido das simulações. Quando o sinal é puro ($\sigma = 0$), $SNR = 1$.

Também modificamos o modelo anterior, com o objetivo de considerar dois tipos de castas na colônia, ou seja, cada agente a_i foi caracterizado por $a_i = \{x_i, y_i, m_i, C_i\}$, em que C_i representa o tipo de casta. Foram utilizados 200 agentes, sendo 20 rainhas e 180 operárias, distribuídos, inicialmente, de maneira aleatória em uma rede bidimensional de tamanho linear $N = 40$. Esses valores foram escolhidos a partir do trabalho de Santos et al. (2005), na tentativa de manter os mesmos padrões utilizados no experimento. Foram realizadas $M = 10$ simulações e, após o transiente ($t \geq 1000$), a cada 300 iterações até t = 5800, foram feitas diversas medidas para estudar a evolução temporal da topologia da rede de interações.

Neste caso, construímos a matriz de incidência da seguinte forma: inicialmente é verificado se os agentes i e j vizinhos estão ativos, se ativos é verificado se os agentes são da mesma casta ou não, então é sorteado um número da distribuição uniforme entre 0 e 1, e, se esse número for menor do que o valor de probabilidade de interação entre os agentes, então temos que $I_{ij} = 1$ senão $I_{ij} = 0$ sendo $i \neq j$ e $i, j = 1, ...Q$, em que Q é o número total de agentes na rede. Os valores de

probabilidade de interação entre os agentes foram obtidos a partir dos dados do comportamento de limpeza mútua das formigas tecelãs *Camponotus senex* apresentados no trabalho de Santos et al. (2005). Usando a razão entre a frequência absoluta do comportamento de limpeza mútua (Tabela 1) e da quantidade total das interações (19900 interações) de uma rede completa com 200 agentes, o segundo modelo recebeu as seguintes informações nos valores de probabilidade de interação: operária interage com operária com probabilidade de 0,0123, operária interage com rainha com probabilidade de 0,0086 e rainha interage somente com operária com probabilidade de 0,0036. Assim sendo, os elementos da matriz de incidência dependem do estado do agente e da probabilidade de interação entre os agentes vizinhos ativos.

Tabela 1: Frequência absoluta do ato comportamental "allogrooming" para *C. senex* (Santos et al., 2005).

Ato comportamental	Operária	Rainha
"Allogrooming" operária	244	172
"Allogrooming" rainha	71	0

1.2.2 Redes Complexas

Os códigos implementados na geração das redes complexas estudadas nesse trabalho foram desenvolvidos em linguagem de programação C. Foram realizadas 20 simulações para cada tipo de rede complexa, as quais foram caracterizadas através de medidas relativas à sua topologia, tais como coeficiente de agrupamento, caminho médio, grau médio e distribuição dos graus. Este estudo permitiu a construção de algoritmos para caracterizar as redes de interações dos modelos anteriormente descritos.

Também medimos a velocidade de distribuição de informação em cada tipo de rede da seguinte maneira: um nó da rede foi escolhido aleatoriamente para receber uma informação, e a partir desse momento foi observado o tempo necessário para que toda rede esteja com essa informação. O objetivo foi relacionar e discutir

o tipo de rede de interação com o controle de doenças, a distribuição de feromônios de alerta e a estabilidade da rede frente a pequenas perturbações.

2 AUTÔMATOS CELULARES

2.1 Introdução

Os autômatos celulares (AC) são modelos matemáticos usados para estudar sistemas complexos que possuem um grande número de entidades (autômatos) simples e idênticas. A noção de autômatos celulares teve origem nos trabalhos de John von Neumann e Stanislaw Ulam. Um dos primeiros modelos de autômatos celulares foi criado por volta de 1952, por John von Neumann, no contexto de auto-replicação. Entretanto, o desenvolvimento prático se deu com Conway nos anos 60 com o desenvolvimento do Jogo da Vida, que representava um sistema de vida e morte entre indivíduos (Deutsch & Dormann, 2005).

Nos últimos anos, os autômatos celulares foram propostos para um grande número de aplicações biológicas (Ermentrout & Edelstein-Keshet, 1993), incluindo as ecológicas (Bagnoli & Bezzi, 1998; Cannas et al., 1999), epidemiológicas (Schönfisch, 1995), etológicas (Solé et al., 1993; Herz, 1994), evolutivas (Bagnoli & Bezzi, 1998), e imunológicos (Ahmed, 1996; Bezzi et al., 1997; Meyer–Hermann, 2002; Mallet & De Pillis, 2006).

De maneira simplificada, podemos descrever o autômato celular como uma rede discreta na qual cada sítio (ou célula) aloca um autômato e a cada autômato está associado a valores discretos dentre um conjunto finito que definem seu estado, estes autômatos interagem entre si através de regras bem definidas. As células podem ser vistas como os locais onde os indivíduos vivem ou, algumas vezes, como os próprios indivíduos. Elas podem ser interpretadas como células biológicas, uma população de peixes em um lago, como territórios de aves e assim por diante (de Vries

et al., 2006).

As regras de transição entre estados (regras de atualização) que regem a evolução do sistema ocorrem mediante passos de tempo discretos e são definidas por um conjunto de elementos denominado vizinhança. A cada passo de tempo, os sítios são atualizados de acordo com as regras de evolução do sistema. O valor assumido por cada sítio pode, por exemplo, depender do seu valor e dos valores dos sítios conectados a ele no passo de tempo anterior com alguma probabilidade associada, neste caso a atualização é dita síncrona e o autômato probabilístico.

Por fim, os autômatos celulares, assim como outros modelos baseados em agentes, são interessantes para os biólogos, por diversas razões. Em primeiro lugar, muitas estruturas na biologia são discretas, e um modelo natural para descrever tais estruturas seria um sistema discreto (por exemplo, indivíduos de uma população). Em segundo lugar, as regras para o nascimento, morte ou migração pode ser especificada de forma direta. Em terceiro lugar, o tempo e os padrões dos autômatos celulares podem ser interpretados diretamente em termos biológicos. Em suma, modelos de autômatos são sistemas dinâmicos discretos capazes de gerar padrões de alto nível de complexidade.

2.2 Composição

2.2.1 Tipos de redes

A rede do AC pode ser representado por um vetor ou matriz de comprimento finito e os elementos constituintes são os sítios, que representam cada posição do vetor ou matrizes os quais os autômatos estão dispostos. As redes podem possuir qualquer número de dimensão, contudo é mais comum o uso de redes unidimensionais (vetor), bidimensionais (matriz) ou tridimensionais (matriz) (Figura 1). As redes também podem ser regulares ou irregulares e sua escolha depende, unicamente, do problema a ser tratado.

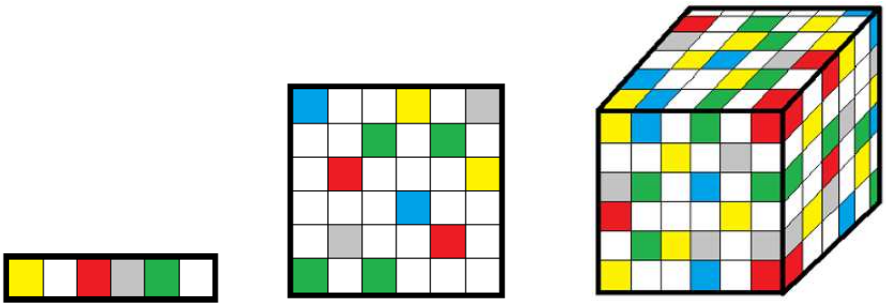


Figura 1: Exemplos de rede utilizadas nos modelos de AC, da esquerda para direita temos representado uma rede unidimensional, bidimensional e tridimensional.

2.2.2 Tipos de células

As células ou sítios σ_i, sendo i= 1, ..., N e N o número de sítios da rede, são elementos básicos da rede L sobre a qual a dinâmica acontece. Possuem a função de memória, pois alocam as entidades e guardam valores de propriedades das mesmas. Dependendo da modelagem proposta de um sistema, a forma geométrica de cada célula pode assumir diversas configurações. No entanto, o mais comum é o uso de células regulares como célula quadrada, triangular e hexagonal e, de mesmo tamanho (Figura 2). Sendo a quadrada a forma mais comum devido à sua simplicidade na implementação.

Figura 2: Exemplos de tipos de célula utilizadas no autômato celular, na esquerda célula quadrada e na direita célula triangular.

2.2.3 Tipos de vizinhança

A vizinhança é uma coleção N_i de elementos usada para determinar o estado do sítio alvo σ_i após o processo de atualização. Ela pode ser local (elementos adjacentes) ou não, pode ser previamente definida ou arbitrária (randômica), pode conter o sítio alvo ou não. Uma vizinhança pode assumir qualquer configuração espacial e sua escolha depende do processo a ser modelado. Os tipos de vizinhança mais utilizados são a vizinhança de von Neumann e a de Moore. A vizinhança de von Neumann considera apenas as quatro células mais próximas como vizinhas da célula que será atualizada, e a vizinhança de Moore considera as oito células vizinhas mais próximas (Figura 3).

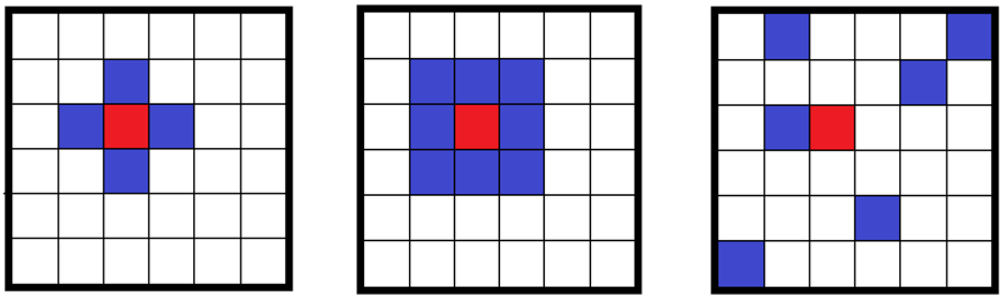


Figura 3: Exemplos de tipos de vizinhança de uma célula, da esquerda para direita temos a vizinhança de Neumann, vizinhança de Moore e a vizinhança aleatória.

2.2.4 Regras de atualização

São as regras ϕ que definem o estado σ_i do sítio alvo de atualização no passo de tempo seguinte através dos estados dos sítios σ_j contidos em sua vizinhança N_i. Quando a todos os sítios da rede se aplica a mesma regra de atualização, o modelo é dito homogêneo. Assim,

$$\sigma_i(t+1) = \phi(\sigma_j(t) \in N_i).$$

Dado o conjunto de estados possíveis para um sítio $\sum \equiv \{0, 1, 2, \ldots, k-1\}$ e o tamanho da vizinhança (i elementos), o número de configurações possíveis para a

vizinhança será k^i e o número de regras possíveis será k^{k^i}. Como a rede L possui N elementos, ela apresenta k^N configurações possíveis.

A atualização pode ocorrer de forma síncrona (paralela - as regras são aplicadas simultaneamente a todos os sítios) ou sequencial (as regras são aplicadas em cada sítio um após o outro).

2.2.5 Condições de contorno

Durante a implementação computacional, um limite para o tamanho da rede é imposto e torna-se necessário determinar condições de contorno de acordo com o problema proposto. As condições de contorno mais utilizadas são (Figura 4):

- Contorno periódico: a borda de um dos lados da rede recebe o valor do último sítio do lado oposto. Dessa forma, uma rede unidimensional com contorno periódico torna-se uma fita fechada sobre si mesma e uma rede bidimensional torna-se um toróide;
- Contorno reflexivo: os valores dos sítios que ocupam o contorno refletem os valores dos sítios que antecedem a borda;
- Contorno de valores fixos: ocorre quando são determinados valores para o contorno que são constantes durante toda a simulação.

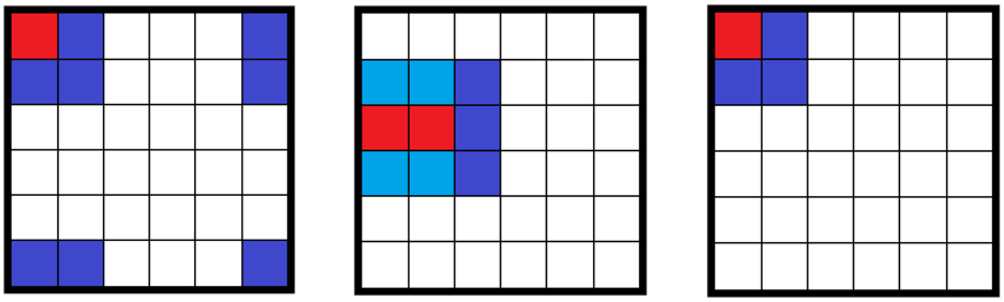


Figura 4: Exemplos de tipos de condições de contorno da rede, da esquerda para direita temos o contorno periódico, o reflexivo e o de valores fixos.

2.2.6 Condições iniciais

São os valores atribuídos aos estados dos sítios no começo da simulação ($t = 0$) e o conjunto paramétrico adotado. Em modelos de autômatos celulares, pequenas variações nas condições iniciais são capazes de produzir efeitos drásticos após poucos passos de tempo (Figura 5).

Figura 5: Exemplos de tipos de condições iniciais da rede, da esquerda para direita temos uma condição inicial aleatória e uma condição fixa definida pelo usuário.

2.3 Classificação

Com base nos padrões espaço-temporais de evolução dos sistemas, (Wolfram, 1986) propôs uma classificação (Figura 6):

- Classe I (comportamento fixo): A evolução temporal leva todos os autômatos ao mesmo estado, ou seja, o sistema converge para uma única solução. Em analogia aos modelos de equações diferenciais ordinárias (EDO) essa primeira classe corresponde a um modelo contínuo cuja solução converge para um ponto fixo estável;

- Classe II (comportamento cíclico ou periódico): A evolução temporal leva a estabilidade e a periodicidade do sistema. Há a emergência de estruturas espacialmente separadas e que não transitam pela rede. O análogo de sistemas dinâmicos contínuos correspoderia a modelos cujas trajetórias no espaço de configurações converge para um ciclo limite;

- Classe III (comportamento caótico): A evolução leva a uma sucessão aleatória de padrões caóticos não-periódicos. Apresenta um dinâmica rica, porém não há comportamento emergente. O comportamento dessa classe de autômatos celulares é análogo ao comportamento caótico observado em sistemas de equações diferenciais não-lineares;

- Classe IV (comportamento complexo): A evolução leva a formação de estruturas espacialmente separadas que se movimentam de maneira imprevisível e formam padrões de alta complexidade no espaço e no tempo. Não há análogo em sistemas de EDO.

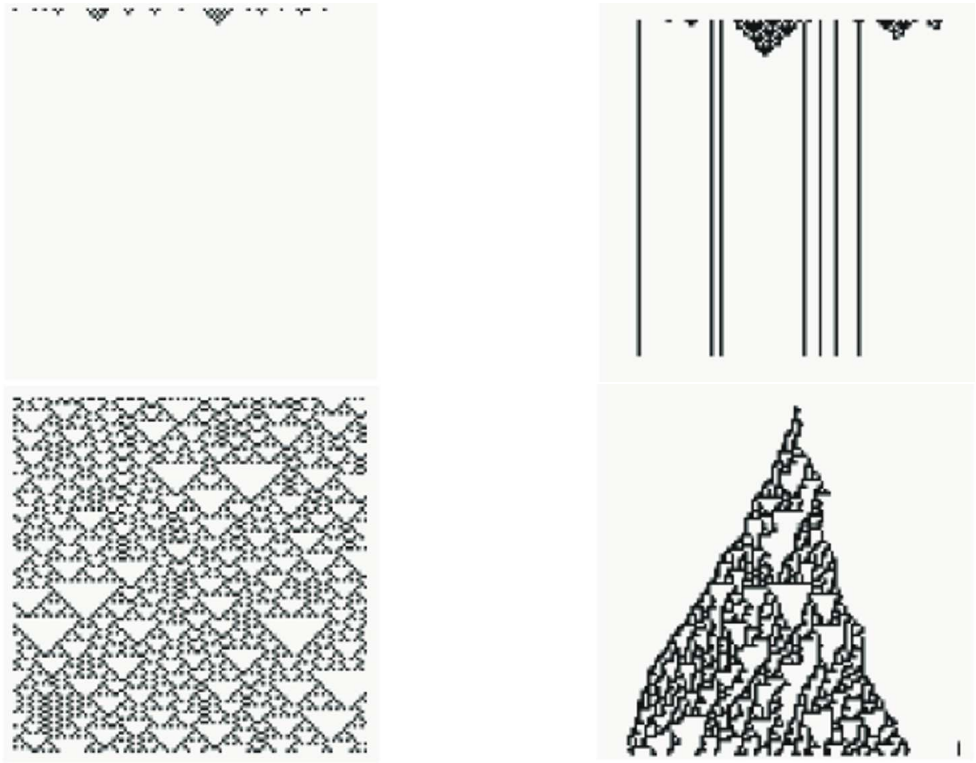


Figura 6: Exemplos de padrões espaço-temporais gerados por modelos de AC (Wolfram, 1986), de cima para baixo e da esquerda para a direita temos, um autômato da classe I, II, III e IV.

Quando se pensa em sistemas biológicos, tem-se que os autômatos celulares dos tipos I e II são muito simples para serem usados na modelagem desses

sistemas, enquanto que os da classe III, apesar de apresentarem uma dinâmica rica, não apresentam nenhum tipo de comportamento emergente, de modo que esse tipo de classe também não é considerado apropriado. Já os classe IV podem gerar estruturas que persistem, ou seja, levam a emergência de ordem a partir de interações locais, uma característica bastante comum em sistemas biológicos.

3 REDES COMPLEXAS

3.1 Introdução

O estudo das redes tem uma longa história com um dos ramos da Matemática Discreta conhecido como Teoria dos Grafos. Desde o seu surgimento em 1736, quando o matemático suíço Leonhard Euler publicou a solução para o problema das Pontes de Königsberg (consiste em encontrar um caminho que passe somente uma única vez em cada pontes da cidade prussiana de Königsberg, hoje Kaliningrad, Rússia). Nos últimos anos, uma série de artigos de revisão (Dorogovtsev & Mendes, 2002; Albert & Barabási, 2002; Newman, 2003; Boccaletti et al., 2006) e livros (Newman et al., 2006; Barrat et al., 2008) sobre redes complexas são encontrados na literatura e seu desenvolvimento se dá conjuntamente com outras áreas como, a Sociologia, a Comunicação, a Física e a Biologia. Embora cada área, em muitos casos, tenha introduzido sua própria nomenclatura, a linguagem formal para a descrição das redes é encontrado na Teoria Matemática de Grafos. Por outro lado, o estudo das grandes redes, como as biológicas, tem estimulado a definição de novas métricas e estatísticas nas redes.

O aumento da capacidade de processamento dos computadores possibilitou o reconhecimento e a manipulação de conjuntos de dados em várias redes de grande escala, permitindo a análise detalhada de suas propriedades estruturais e funcionais. Esses estudos tiveram como motivação o desejo de entender os diversos sistemas reais, que vão desde redes de comunicação até sistemas de cadeias ecológicas. As principais publicações de redes complexas abordam sobre o ambiente *World Wide Web* (Albert et al., 1999), a Internet (Yook et al., 2001), a rede de colaboração de

atores de cinema e entre os cientistas (Watts & Strogatz, 1998; Newman, 2001), a rede de contato sexual humano (Liljeros et al., 2001), as redes celulares (Jeong et al., 2000), as redes ecológicas (Montoya & Solé, 2002), dentre outros.

As redes complexas são classificadas de acordo com o seu contexto, elas são divididas em cinco grupos: as redes biológicas, as redes econômicas, as redes de informação, as redes sociais e as redes tecnológicas. Nesse trabalho daremos ênfase as redes biológicas.

As redes biológicas referem-se aos conjuntos complexos de interações entre genes, proteínas e processos moleculares que regulam a vida biológica, além das redes de reações metabólicas, as redes neuronais e diversos trabalhos na área de Ecologia e Evolução (Jeong et al., 2000; Proulx et al., 2005; Lewinsohn et al., 2006; Bascompte, 2007; Bascompte & Jordano, 2007; Bastolla et al., 2009), ou seja, as redes permeiam o mundo biológico em vários níveis que vão desde a microescala da química biológica, genética e proteômica para a grande escala da cadeia alimentar.

No nível de microescala, muitos aspectos relevantes da complexidade biológica são envolvidas na estrutura e dinâmica das redes emergentes em diferentes níveis organizacionais, desde as vias bioquímicas intracelulares até redes de regulação genética ou redes de interação protéica (Barabási & Oltvai, 2004). Numa escala maior, redes biológicas podem descrever as interações dos indivíduos em vários populações. Nesta área, a biologia pode sobrepor-se com a ciência social. Um exemplo típico é dado pela rede que descreve o contato de relações sexuais que é importante do ponto de vista social e de grande preocupação na epidemiologia das doenças sexualmente transmissíveis (Liljeros et al., 2001). Por fim, em larga escala encontramos as redes descrevendo a cadeia alimentar de ecossistemas inteiros. Essa rede descreve quais as espécies que se alimentam de outras espécies. Nesta perspectiva, os nós representam as espécies e as ligações são interações tróficas antagônicos do tipo presa-predador. Entretanto, a classe das redes biológicas possui um grande problema na obtenção de dados que possam ser utilizados para esses fins (Barrat et al., 2008).

3.2 Conceitos Básicos

Em termos gerais, uma rede é qualquer sistema que admite uma representação matemática abstrata como um grafo, cujos nós (vértices) identificam os elementos do sistema e em que o conjunto de ligações (arestas) representam a presença de uma relação ou interação entre os elementos. Um alto nível de abstração, geralmente, se aplica a uma ampla variedade de sistemas. Nesse sentido, as redes fornecem um quadro teórico que permite uma representação conceitual de inter-relações em sistemas complexos onde a caracterização do nível de sistema implica o mapeamento das interações entre um grande número de indivíduos (Boccaletti et al., 2006).

Um grafo $G = (V, C)$ consiste em dois conjuntos finitos, um conjunto V de pontos, chamados de nós (ou vértices), que identificam os elementos desse sistema e um conjunto C de linhas de conexões, chamadas de arestas (ou conexões ou ligações) que identificam as relações entre os elementos desse sistema, de tal modo que cada aresta conecta dois vértices, chamados de extremidades da aresta.

Um grafo pode ser representado através da matriz de adjacência $\mathbf{A}$. Os coeficientes binários a_{ij} dessa matriz $N \times N$ indicam se há ou não aresta partindo do nó i e chegando ao nó j, de modo que $a_{ij} = 1$ se e somente se os dois vértices i e j são adjacentes (ou vizinhos) em G, caso contrário $a_{ij} = 0$. Aqui, por definição, nenhum vértice é considerado adjacente a si mesmo, $a_{ii} = 0$.

Os nós i e j são adjacentes se a aresta $(i,\ j) \in C$. Num grafo não-direcionado, a presença da aresta que parte de i e chega j implica a existência da aresta que parte de j e chega a i. Portanto, o par $(i,\ j)$ é não-ordenado. Num grafo direcionado, essa implicação não existe, ou seja, o par $(i,\ j)$ é ordenado. Num grafo não-direcionado com N nós, o número máximo de pares não-ordenados, i.e., o número máximo de arestas que podem existir, é

$$\binom{N}{2} = \frac{N!}{(N-2)!2!} = \frac{N(N-1)}{2}.$$

3.3 Topologias de Rede

3.3.1 Distribuição de Grau

Num mundo real, nem todos os nós da rede tem o mesmo número de conexões. O grau (ou conectividade) k_i de um nó i é o número de arestas incidentes com o nó, e é definido em termos da matriz de adjacência $\mathbf{A}$ como:

$$k_i = \sum_{j \in C} a_{ij}. \tag{4}$$

Portanto, é útil estudar a distribuição de grau $P(k)$ da rede. Esta função dá a probabilidade de um dado nó, escolhido aleatoriamente na rede, ter um grau k fixo de conexões. O grau médio $\langle k \rangle$ pode ser assim obtido de $P(k)$:

$$\langle k \rangle = \sum_{k=k_{min}}^{k_{max}} kP(k), \tag{5}$$

sendo k_{min} o mínimo valor de k encontrado na rede e k_{max}, o máximo valor.

3.3.2 Coeficiente de Agrupamento

Definimos o coeficiente de agrupamento do i-ésimo nó da rede, C_i, como sendo a razão entre o número de conexões E_i existentes entre os k_i adjacentes a este nó e o número máximo de arestas possíveis, $k_i(k_i - 1)/2$:

$$C_i = \frac{2E_i}{k_i(k_i - 1)}. \tag{6}$$

De acordo com esta definição, o i-ésimo elemento terá coeficiente de agrupamento $C_i = 0$ se nenhum de seus adjacentes estiver conectado entre si e $C_i = 1$ se todos os seus adjacentes estiverem interconectados.

Finalmente, para medir o agrupamento de uma rede por inteiro definimos o coeficiente de agrupamento da rede, $\langle C \rangle$, como sendo a média dos C_i para todos os nós da rede:

$$\langle C \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} C_i. \tag{7}$$

3.3.3 Caminho Mínimo Médio

O caminho mínimo entre dois nós i e j (não necessariamente único) é definido como o número de arestas percorridas do nó i para o nó j pelo caminho mais curto. É útil representar todos os menores caminhos de um grafo G como uma matriz D, em que seus elementos d_{ij} representam o comprimento do nó i para o nó j, quando dois vértices não estão conectados, ou seja, pertencem a componentes distintos, eles são ditos desconectados e são representados por $d_{ij} = \infty$. O maior valor de d_{ij} é chamado de diâmetro do grafo.

Outra definição do tamanho linear da rede é o caminho mínimo médio, e é definido como o valor médio de d_{ij} para todos os possíveis pares de vértices na rede:

$$\langle l \rangle = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i,j \in C, i \neq j} d_{ij}. \tag{8}$$

3.4 Tipos de Rede

3.4.1 Rede Regular

A rede regular é o tipo mais simples e é considerada uma rede reticulada em uma dimensão com condições periódicas de contorno, isso é uma rede em anel com N nós. Estes nós estão conectados com seus d vizinhos mais próximos ($d/2$ de cada lado). Portanto, todos os nós possuem o mesmo grau de conectividade, além de coeficientes de agrupamento e caminho mínimo médio bastante grandes comparados com os outros tipos de rede.

3.4.2 Rede Aleatória

No primeiro modelo de Erdös & Rényi (1959), define-se um grafo aleatório com N nós conectados por M arestas escolhidas aleatoriamente dentre as $N(N-1)/2$ possíveis. Nesse modelo, N e M são parâmetros fixos e é representado por $G_{N,M}$.

No modelo de Erdös & Rényi (1960) há N nós e cada par é conectado com probabilidade p, ou seja, cada uma das $N(N-1)/2$ arestas existe, independentemente das demais, com probabilidade p. Existem $C^{M}_{N(N-1)/2}$ grafos possíveis que formam um espaço de probabilidade em que cada grafo é igualmente provável, consequentemente, o número total de conexões é uma variável aleatória proporcional a probabilidade p e com valor esperado

$$E(M) = p\frac{N(N-1)}{2}, \tag{9}$$

e é representado com $G_{N,p}$ (Albert & Barabási, 2002).

Se G é um grafo com N nós e M arestas, a probabilidade de obtê-lo por esta construção é dado por

$$P(G) = p^{M}(1-p)^{N(N-1)/2-M}. \tag{10}$$

O grafo aleatório $G_{N,p}$ tem uma distribuição de graus binomial. A probabilidade p_k de que um nó escolhido aleatoriamente está ligado a outros k nó é exatamente:

$$P(k) = \binom{N-1}{k} p^{k}(1-p)^{N-1-k}. \tag{11}$$

Para N grande e $\langle k \rangle$ fixado, a distribuição dos graus é aproximada por uma distribuição de Poisson:

$$P(k) = e^{-\langle k \rangle}\frac{\langle k \rangle^{k}}{k!}. \tag{12}$$

Os modelos de Erdös & Rényi (1959, 1960), apesar de serem robustos para muitas redes, não descrevem aquelas redes que apresentam crescimento contínuo, as que seguem distribuição dos graus em lei de potência e as redes reais.

3.4.3 Rede Mundo Pequeno

As redes de mundo pequeno possuem características tanto de redes aleatórias quanto de regulares. A rede de mundo pequeno é caracterizada por alto

coeficiente de agrupamento e caminho mínimo curto. A rede foi proposta por Watts & Strogatz (1998) com o objetivo de reproduzir uma característica bastante comum nas redes sociais, a de que nossos amigos também são amigos entre si. O algoritmo criado por eles possui somente um parâmetro que consiste em interpolar uma rede regular em anel e uma rede aleatório. O algoritmo utilizado na construção desse modelo é o seguinte:

1. Começa-se com uma rede regular em anel com N nós, em que cada nó está conectado com os seus d vizinhos mais próximos ($d/2$ de cada lado). Para ter-se uma rede regular de agrupamento considerável, mas ainda extensa, toma-se $N >> d >> \ln(N) >> 1$.

2. Realoca-se cada uma das arestas já existentes com probabilidade p. Se realocada, uma dada conexão passa a ligar um elemento da rede com qualquer outro, independente da distância geográfica.

Seguindo estas regras, uma rede gerada com $p = 0$ seria uma rede regular, e uma com $p = 1$ seria uma rede aleatória. O processo gerador está indicado na Figura 7.

Tanto o coeficiente de agrupamento quanto o caminho mínimo médio das redes regulares são grandes em relação as outras redes. Enquanto, as redes aleatórias apresentam coeficiente de agrupamento baixo e caminho mínimo médio baixo. Entre estas duas redes encontramos a topologia de mundo pequeno que consiste em valores baixos para o caminho mínimo médio e alto coeficiente de agregação. Nesta faixa, um número pequeno de conexões de longo alcance entre os nós, produzidos por $pN(d/2)$ arestas, garantem um encurtamento das distâncias na rede, enquanto as várias conexões de curto alcance garantem sua alta agregação.

3.4.4 Rede Livre de Escala

Diferentemente dos outros modelos que possuíam distribuição de grau que segue a distribuição de Poisson, as redes livres de escala possuem poucos nós mais

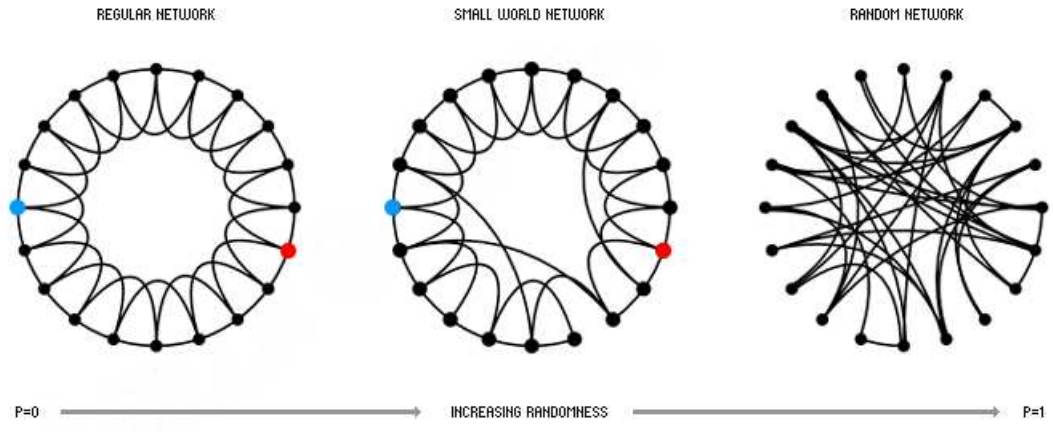


Figura 7: Diferentes rede geradas pelo algoritmo de Watts & Strogatz (1998). Da esquera para a direita, temos uma rede regular ($p = 0$), uma rede de mundo pequeno ($p = 0,1$) e uma rede aleatória ($p = 1$). Fonte: http://escoladeredes.ning.com/profiles/blogs/redes-complexas-da-internet-as

conectados, enquanto a maioria dos demais possuem baixo índice de conectividade. Este tipo de rede é independente do número N de nós. Sua principal característica, que a diferencia das redes anteriores, é a probabilidade de conexão que é dada por (Barabási & Albert, 1999)

$$P(k) \sim k^{-\gamma}, \tag{13}$$

em que k é o coeficiente de conectividade ou número de conexões e o expoente γ varia, aproximadamente, entre 1 e 3 para a maioria das redes reais (**?**).

Barabási & Albert (1999) propuseram um algoritmo para criar uma rede livre de escala reproduzindo a distribuição de grau tão característica. Para isso, dois ingredientes são fundamentais para a construção dessas redes: *crescimento*, pois as redes reais apresentam mecanismo de adicionar nós à rede, e *conexão preferencial*, os nós adicionados na rede tendem a associar-se àqueles nós que apresentam grande número de conexões. O algoritmo é bastante simples:

- **Crescimento**: É criada uma rede com m_0 de nós, conectados entre si. Então,

adicionamos novos nós individualmente à rede e fará um número m de ligações com menor ou igual m_0 nós.

- **Conexão Preferencial**: Ao escolher as m conexões de cada nó novo da rede, vamos assumir que a probabilidade Π de que um novo nó se conecte com o i-ésimo nó já existente da rede depende do grau k_i deste nó, de forma tal que:

$$\Pi(k_i) = \frac{k_i}{\sum_{j=1}^{N} k_i}, \tag{14}$$

em que $\Pi(k_i)$ e k_i são as probabilidades e o grau de conectividade do i-ésimo nó, respectivamente, e N é o número de nós a qualquer instante da evolução da rede.

Desta forma, um nó sendo adicionado tem uma probabilidade grande de se conectar com um nó que tenha k_i muito grande, esse nó é chamados de *hubs*. Observa-se que as redes livre de escala são mais estáveis do que as outras redes, mas os nós *hubs* não podem ser afetados, pois se isto ocorrer, existe a possibilidade de formar aglomerados de nós e consequente isolamento desses. Para as outras propriedades de redes geradas desta forma, como coeficiente de agrupamento e caminho mínimo médio, não há previsões analíticas.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Inicialmente, desenvolvemos os códigos em linguagem de programação C, os quais geraram redes com diferentes topologias. Posteriormente, estas redes foram caracterizadas utilizando algumas medidas como coeficiente de agrupamento $\langle C \rangle$, caminho médio $\langle l \rangle$, grau médio $\langle k \rangle$ e distribuição dos graus $P(k)$. Estudamos, então, como uma determinada informação propaga nos diferentes tipos de rede.

4.1 Redes Complexas

A rede regular em anel (Figura 8) gerada com $N = 100$ nós e vizinhança igual a 10 (5 vizinhos de cada lado) possui as seguintes características em relação a sua topologia: $\langle k \rangle = 10$, $\langle l \rangle = 5{,}454$ e $\langle C \rangle = 0{,}667$.

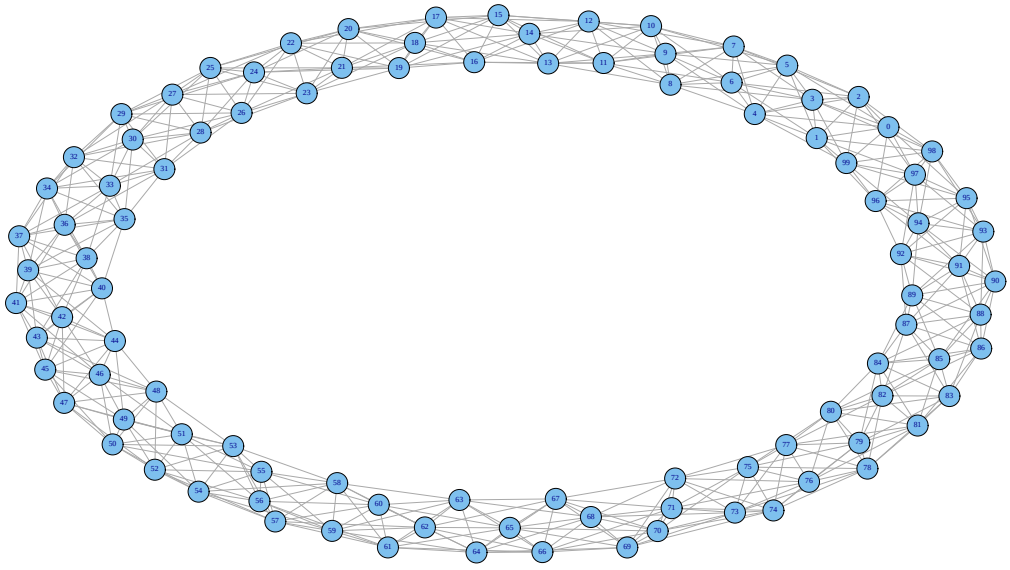


Figura 8: Rede regular com $N = 100$ nós e $d = 10$ vizinhos.

As redes aleatórias geradas pelo algoritmo de Barabási & Albert (1999) construídas com $N = 100$ nós e $M = 500$ arestas apresentaram as seguintes propriedades topológicas: $\langle k \rangle = 10$, $\langle l \rangle = 2{,}230 \pm 0{,}006$ e $\langle C \rangle = 0{,}101 \pm 0{,}007$. Enquanto, nas redes aleatórias geradas pelo algoritmo de Albert & Barabási (2002) construídas com o mesmo número de nós e $p = 0{,}101$, probabilidade de conexão entre dois nós quaisquer, mostraram as seguintes características: $\langle k \rangle = 9{,}972 \pm 0{,}431$, $\langle l \rangle = 2{,}232 \pm 0{,}037$ e $\langle C \rangle = 0{,}101 \pm 0{,}010$ (Figura 9). Sabemos que uma rede gerada a partir do número de arestas é equivalente a uma rede gerada com p quando $M = pN(N-1)/2$ (Albert & Barabási, 2002), o que é verdade para as redes geradas anteriormente, de maneira que as mesmas são equivalentes.

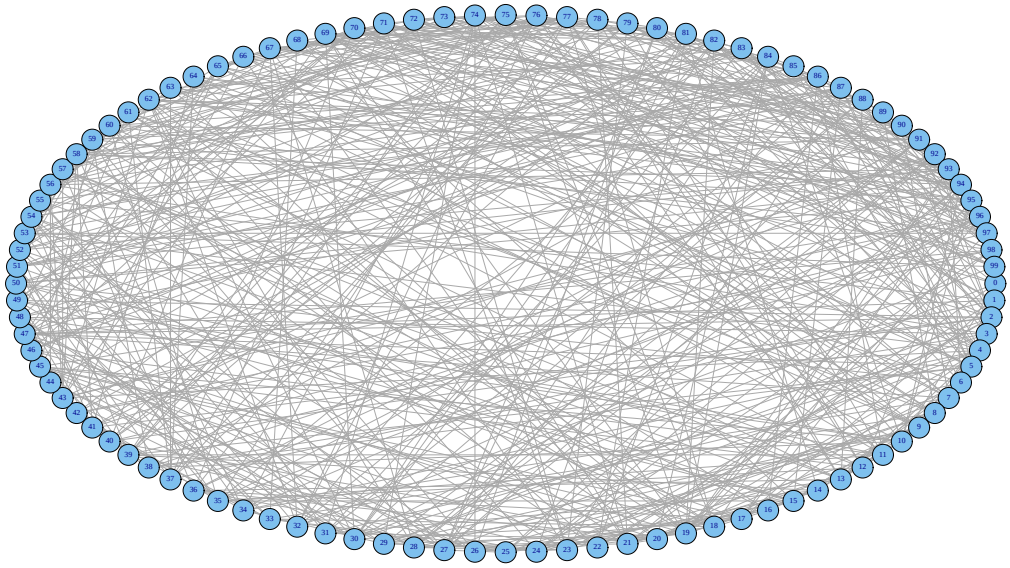


Figura 9: Rede aleatória com N nós onde cada par é conectado com probabilidade igual a 0,101.

Os valores de $\langle k \rangle$, para estas redes, foram obtidos também pelo ajuste de uma distribuição de Poisson utilizando o programa R (R Development Core Team, 2011). Para a rede de **?** obtivemos $\langle k \rangle = 10{,}019$, enquanto para a rede de Barabási & Albert (1999) $\langle k \rangle = 10{,}049$ (Figuras 11 e 10).

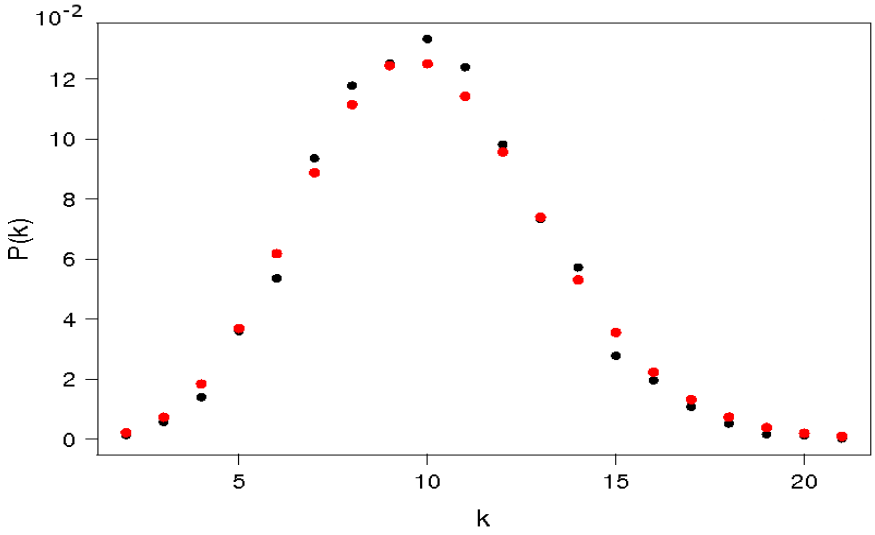


Figura 10: Distribuição dos graus das redes aleatórias geradas pelo algoritmo de Barabási & Albert (1999). Em preto os dados obtidos a partir das simulações e em vermelho os valores ajustados.

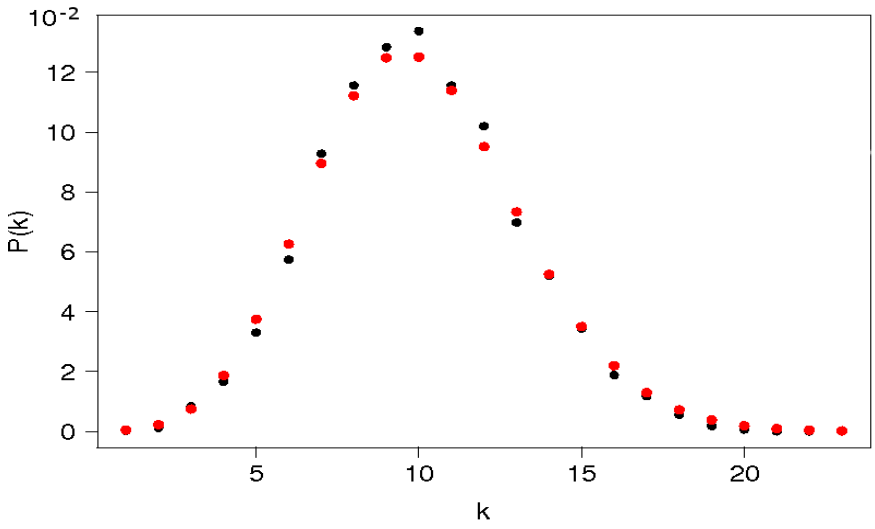


Figura 11: Distribuição dos graus das redes aleatórias geradas pelo algoritmo de Albert & Barabási (2002) com $p = 0{,}101$. Em preto os dados obtidos a partir das simulações e em vermelho os valores ajustados.

Na rede de mundo pequeno gerada com $p = 0{,}1$ obtivemos para o ajuste da distribuição dos graus uma Poisson com parâmetro igual a 10,2 (Figuras 12 e 13), para o caminho mínimo médio, $\langle l \rangle = 2{,}660$ e para o coeficiente de agrupamento, $\langle C \rangle = 0{,}485$. Os valores de caminho mínimo médio e coeficiente de agrupamento obtidos para outros valores de p são mostrados na Tabela 2.

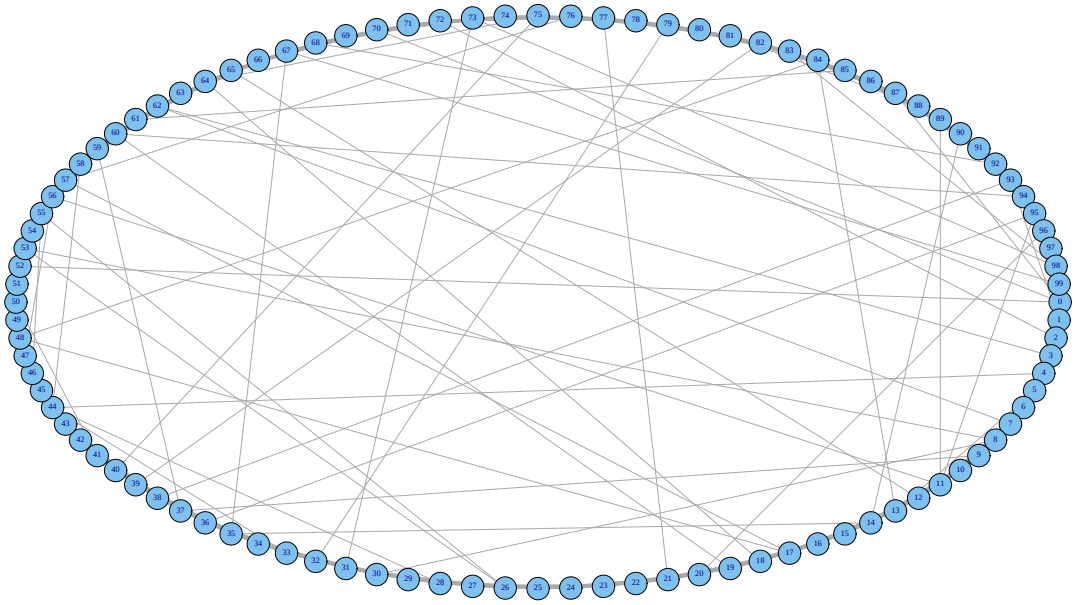


Figura 12: Rede de mundo pequeno gerada com $p = 0{,}1$ (algoritmo de Watts & Strogatz (1998)).

A Figura 14 mostra o comportamento da medida de caminho mínimo médio, $C_{\mathtt{a}}$, e coeficiente de agrupamento, $l_{\mathtt{a}}$, obtidos para redes de diferentes topologias. Neste caso, partimos de uma rede regular com $N = 100$ e $d = 10$ vizinhos, e com a probabilidade p, mudamos uma conexão na rede (variamos p de 0,0001 até $p = 1{,}0$ utilizando o algoritmo de Watts-Strogatz). Para $p = 0$ temos uma rede regular, $p = 1$ rede aleatória e $0,001 \leq p \leq 0,01$ uma rede de mundo pequeno. Os resultados mostrados são os valores médios obtidos em 10 simulações, normalizados com os respectivos valores obtidos para a rede regular.

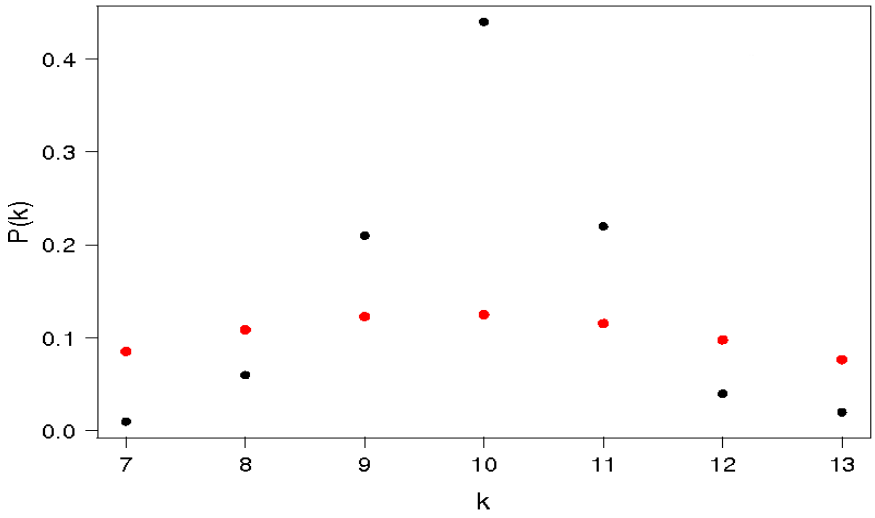


Figura 13: Distribuição dos graus dos nós da rede mundo pequeno para $p = 0{,}1$. Em preto os dados obtidos a partir das simulações e em vermelho os valores ajustados.

Tabela 2: Tabela com os valores do caminho mínimo médio $\langle l \rangle$ e do coeficiente agrupamentos médio $\langle C \rangle$ para as redes mundo pequeno geradas com diferentes valores de p.

p	$\langle l \rangle$	$\langle C \rangle$
0,0001	5,412	0,666
0,001	5,002	0,662
0,005	4,024	0,647
0,01	3,660	0,635
0,05	2,860	0,548
0,07	2,758	0,520
0,1	2,660	0,485
0,2	2,612	0,465
1	2,230	0,101

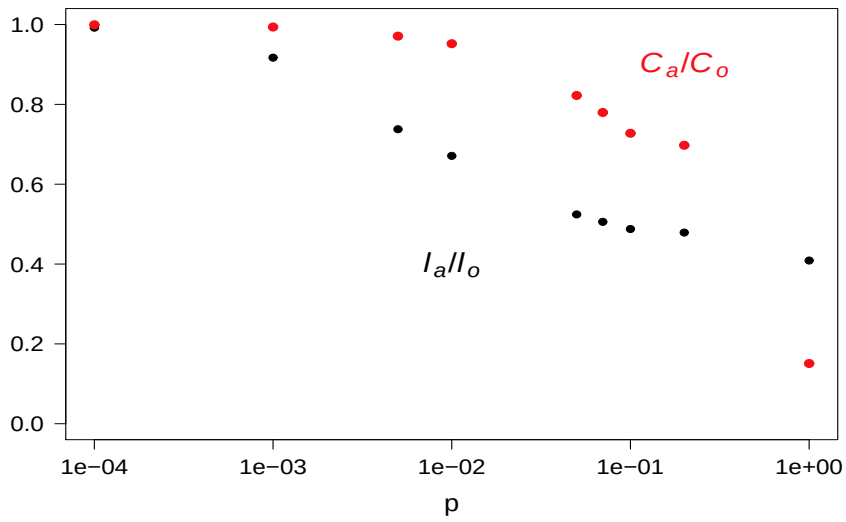


Figura 14: O comportamento do caminho mínimo médio $\langle l \rangle$ (pontos pretos) e do coeficiente de agrupamento $\langle C \rangle$ (pontos vermelhos) como funções da probabilidade de realocação de conexões p no modelo de Watts-Strogatz. As redes foram geradas com N= 100 e $d = 10$ (5 vizinhos de cada lado). Na figura C_o e l_o são, respectivamente, os coeficientes de agrupamento e caminho médio para a rede regular.

As redes livre de escala geradas pelo algoritmo de Barabási & Albert (1999) apresentaram $\langle k \rangle = 2{,}040$, $\langle l \rangle = 4{,}133 \pm 0{,}408$ e $\langle C \rangle = 0{,}003 \pm 0{,}002$ (Figura 15). O ajuste obtido pela distribuição dos graus dos nós foi de $P(k) = 0,683k^{-2,190}$ (Figura 16). Observe que o valor do expoente está entre 1 e 3 indicando uma lei de potência para esse tipo de rede.

Uma vez construída a rede, escolhemos em $t = 0$, um nó para receber uma informação. Para este nó, verificamos o caminho mínimo entre ele e seus vizinhos mais próximos e incrementamos $t = t + 1$. Este processo é repetido até que todos os nós da rede recebam essa informação como mostra a Figura 17.

Observando a distribuição da informação nos diferentes tipos de redes, verificamos que a rede livre de escala precisa de mais tempo para que todos os nós tenham recebido a mesma informação, enquanto que as redes aleatória e mundo pe-

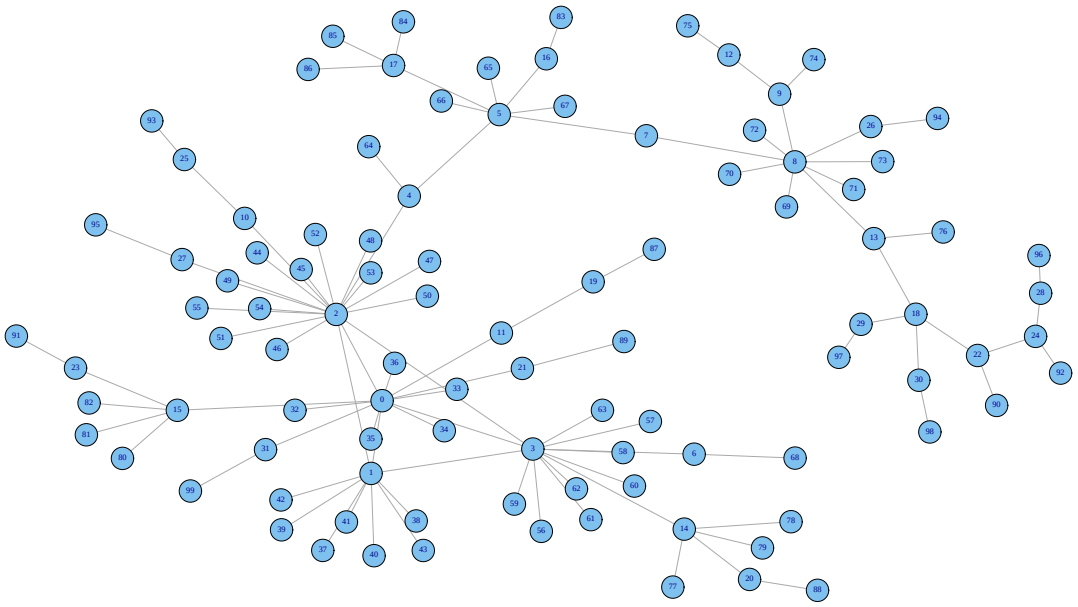


Figura 15: Rede livre de escala gerada a partir de $m_0 = 3$ nós conectados entre si. Cada novo nó adicionado na rede só realiza uma conexão com os outros nós. A rede final é composta por 100 nós.

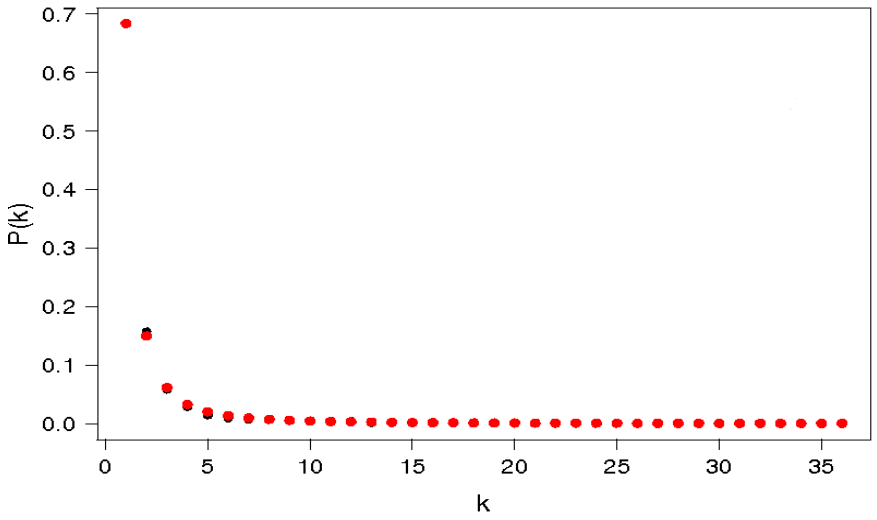


Figura 16: Distribuição dos graus dos nós da rede livre de escala gerada a partir de $m_0 = 3$ nós conectados entre si e sua rede final com 100 nós. Em preto os dados obtidos a partir das simulações e em vermelho os valores ajustados.

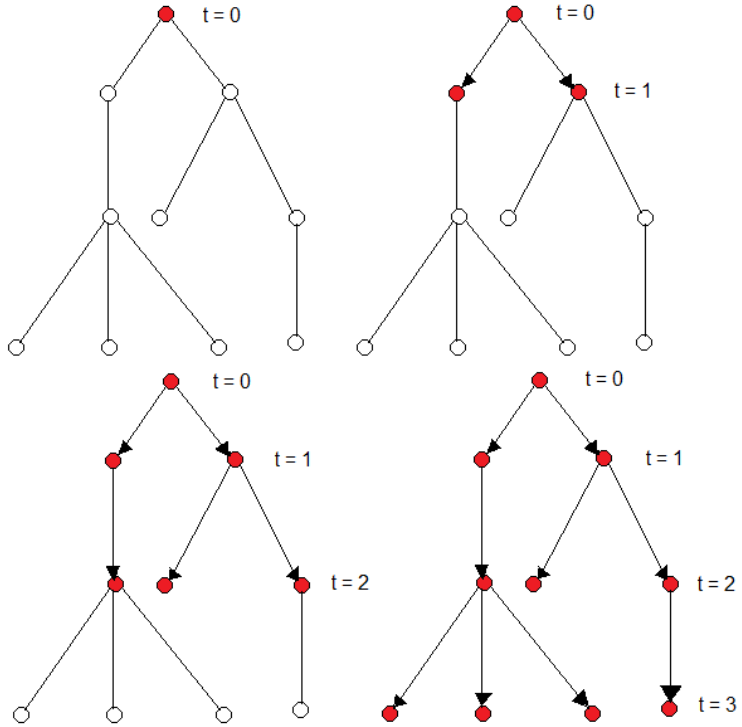


Figura 17: Desenho esquemático da distribuição da informação em uma rede com 10 nós. Em $t = 0$ somente um nó recebeu a informação (bolinha vermelha) e nos tempos seguintes essa informação foi passada para os nós vizinhos, em $t = 3$ toda rede possui a informação.

queno têm os menores tempo relativos a distribuição de informação na rede (Figuras 18, 19 e 20). A distribuição da informação na rede aleatória de Erdös & Rényi (1959) é similar a distribuição na rede aleatória de Erdös & Rényi (1960). Portanto, pode-se concluir que apesar das redes livre de escala serem mais resistentes/robustas, no sentido de invasão (Naug & Camazine, 2002; Pie et al., 2004), as redes aleatória e de mundo pequeno têm maior facilidade na comunicação entre os nós, de maneira que a informação flui mais rápida neste tipo de rede. Os resultados apresentados são a média de 20 simulações. Todas as redes tem $N = 100$ nós e da ordem de 500 conexões.

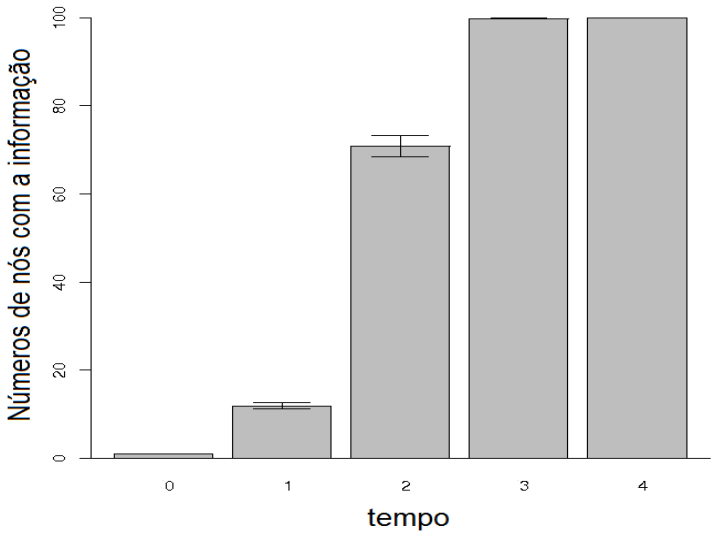


Figura 18: Distribuição da informação para rede aleatória Erdös & Rényi (1960). As barras horizontais são os erros-padrão.

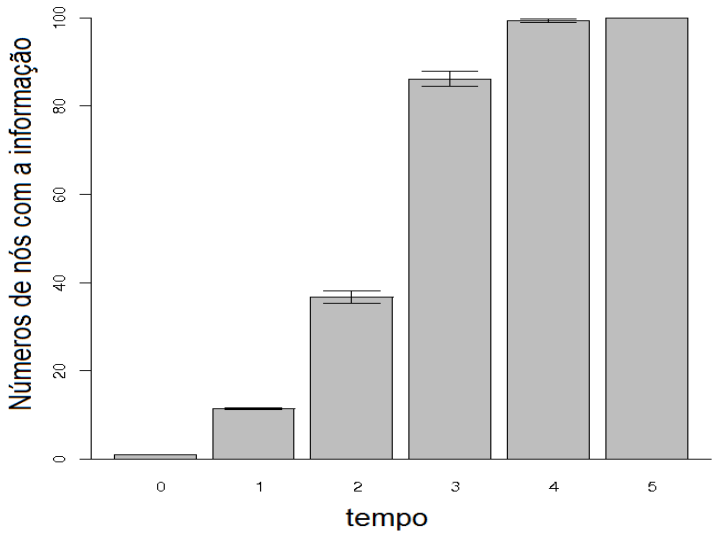


Figura 19: Distribuição da informação para a rede mundo pequeno com $p = 0,1$. As barras horizontais são os erros-padrão.

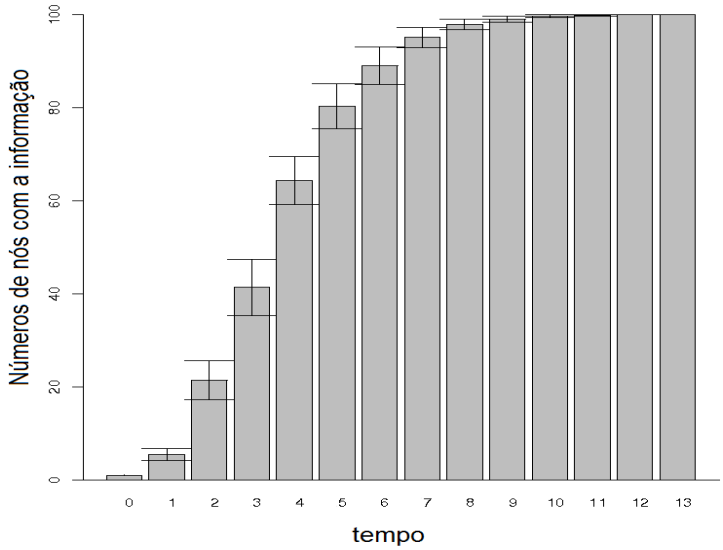


Figura 20: Distribuição da informação para a rede livre de escala com 100 nós. As barras horizontais são os erros-padrão.

4.2 Autômatos Celulares

Numa primeira abordagem o modelo proposto por Miramontes et al. (1993) foi implementado com o objetivo de caracterizar o tipo de rede de interação que surge do ato comportamental de ativação-inativação dos indivíduos da colônia. Utilizamos diferentes condições de contorno (periódica e de valores fixos) e variamos a condição inicial, dada pela densidades de agentes na rede (número de agentes dividido por N^2). Após 1.000 iterações construímos a matriz de incidência e caracterizamos as redes geradas pelo modelo de acordo com as medidas relativas a topologia da rede. Para o segundo modelo, construído com duas casta (operárias e rainhas) a evolução temporal da topologia da rede foi descrita.

4.2.1 Caracterização da rede de interação do ato comportamental de ativação-inativação em formigas

Para o modelo de autômatos descrito anteriormente (seção 1.2.1), com condição de contorno periódica, obtivemos que para densidade de agentes na rede

de 0,05 à 0,964 estas redes foram classificadas como redes aleatória de Erdös & Rényi (1960). Para densidades entre 0,976 a 0,997 classificamos estas redes como de mundo pequeno. Para densidade igual a 1,00 a rede gerada possui características mistas, sendo sua distribuição dos graus igual a de uma rede regular, e seus valores de caminho médio e de agrupamento iguais a de uma rede de mundo pequeno.

Do ponto de vista biológico, modelar um formigueiro com condições de contorno periódica, é pouco realista, de maneira que testamos a influência das condições de contorno neste problema. Utilizando então, condições de contorno fixas, obtivemos que, foram classificadas como redes aleatórias, as redes com densidades de 0,05 à 0,70, e como mundo pequeno as redes com densidades de 0,80 à 0,995. Para densidade igual a 1,00 o resultado foi muito semelhante ao obtido com condições de contorno periódica, exceto pela distribuição dos graus.

Os valores do grau médio de interação foram maiores quando utilizamos condição de contorno periódica do que com a condição de contorno de valor fixo. Isso já era esperado, pois a condições de contorno de valor fixo limita a difusão dos agentes na rede, e consequentemente, limita o número de contatos, diminuindo o grau médio da rede (Figura 21). Também houve um deslocamento no valor máximo obtido para o grau médio, para condições de contorno de valor fixo obtivemos $\langle k_{max} \rangle = 205{,}45$ na densidade de 0,5, enquanto para a condição de contorno periódica $\langle k_{max} \rangle = 438{,}18$ na densidade de 0,8.

Para as redes com condição periódica de contorno, nas densidades de 0,20 à 0,80, obtivemos os maiores valores para os coeficientes de agrupamento médio ($0{,}909 \pm 0{,}029$) e os menores valores para o caminho médio ($1{,}091 \pm 0{,}030$), entretanto, para as redes geradas com a condição de contorno de valor fixo, o maior valor para os coeficientes de agrupamento foi de $0{,}793 \pm 0{,}038$ e o menor valor para o caminho mínimo médio foi de $1,267 \pm 0{,}057$ em um intervalo de densidade, de 0,20 à 0,50 (Figura 22). Especula-se que as colônias tenham densidade entre 0,20 e 0,50 visto que neste intervalo a transmissão de informação é máxima. No trabalho realizado por Vieira et al. (2007) sobre arquitetura de ninhos da formiga *Ectatomma vizottoi*

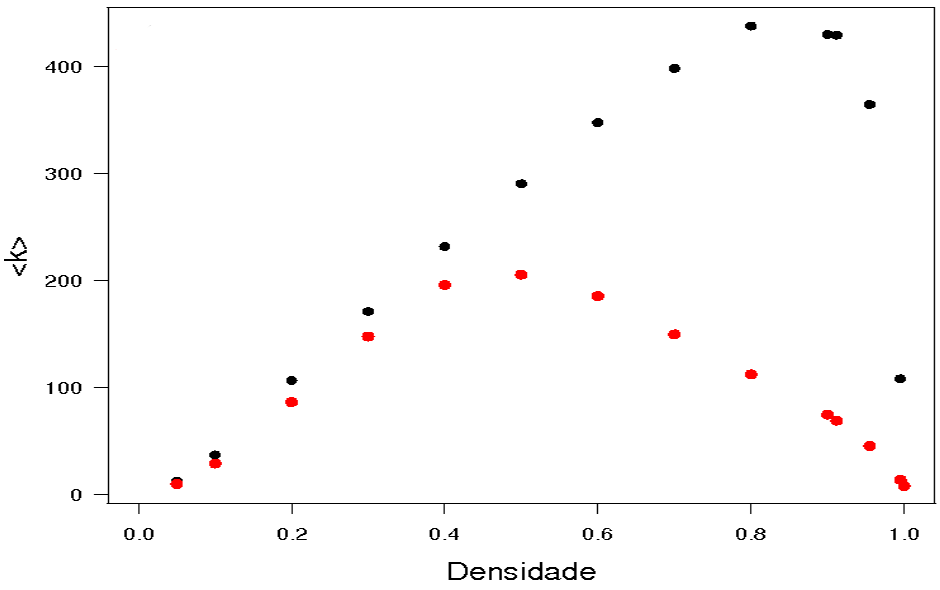


Figura 21: Grau médio em função da densidade de agentes na rede. Em vermelho para o modelo com condição de contorno valores fixos e em preto para o modelo com condição de contorno periódica.

Almeida (1987), os pesquisadores fornecem as dimensões (comprimento, largura e altura) das câmaras e o tamanho populacional dos oitos ninhos. A partir desses dados calculamos o quociente entre as áreas de cada ninho com o número de operárias, o valor médio obtido foi de $0,225 \pm 0{,}052$ sendo que o menor valor foi de 0,148 e o maior foi de 0,278, corroborando com os resultados obtidos nesse trabalho.

Para o período de sincronização e para os valores da razão sinal-ruído (Figura 23), o modelo obteve comportamento similar para as duas condições de contorno a partir da densidade de 0,20, sendo que o período de sincronização para a condição de contorno de valor fixo foi maior do que a periódica e os valores da razão sinal-ruído foram acima de 0,70 indicando uma boa transmissão de informação na colônia. Observe que o comportamento do período de sincronização e da razão sinal-ruído em relação a densidade de agentes corroboram com os resultados obtidos na análise da topologia da rede (valor máximo de $\langle C \rangle$ e mínimo de $\langle l \rangle$) com relação

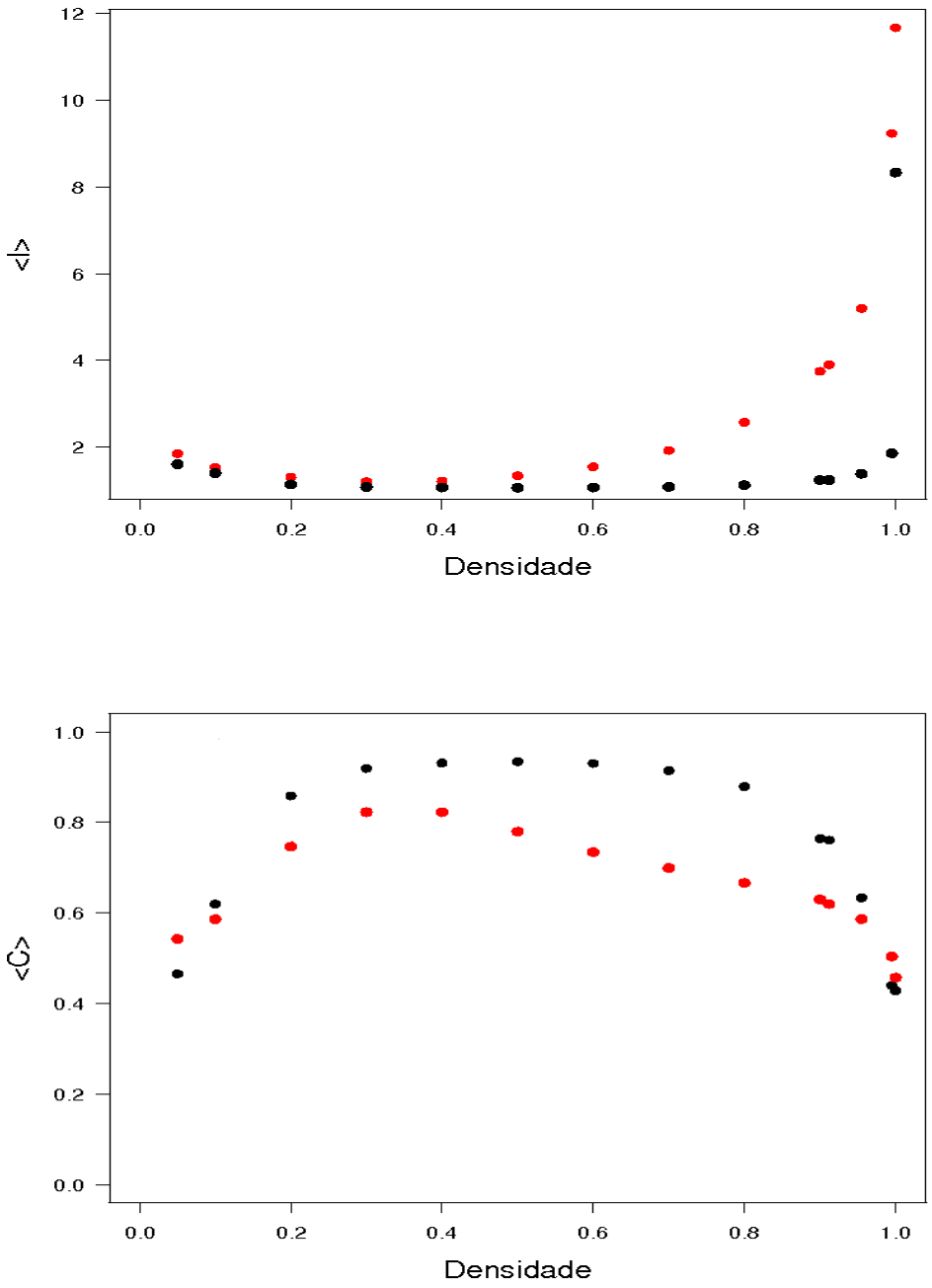


Figura 22: Diferentes valores do caminho mínimo médio $\langle l \rangle$ e do coeficiente de agrupamento $\langle C \rangle$ em função da densidade de agentes. Em vermelho para o modelo com condição de contorno de valores fixos e em preto para condição de contorno periódica.

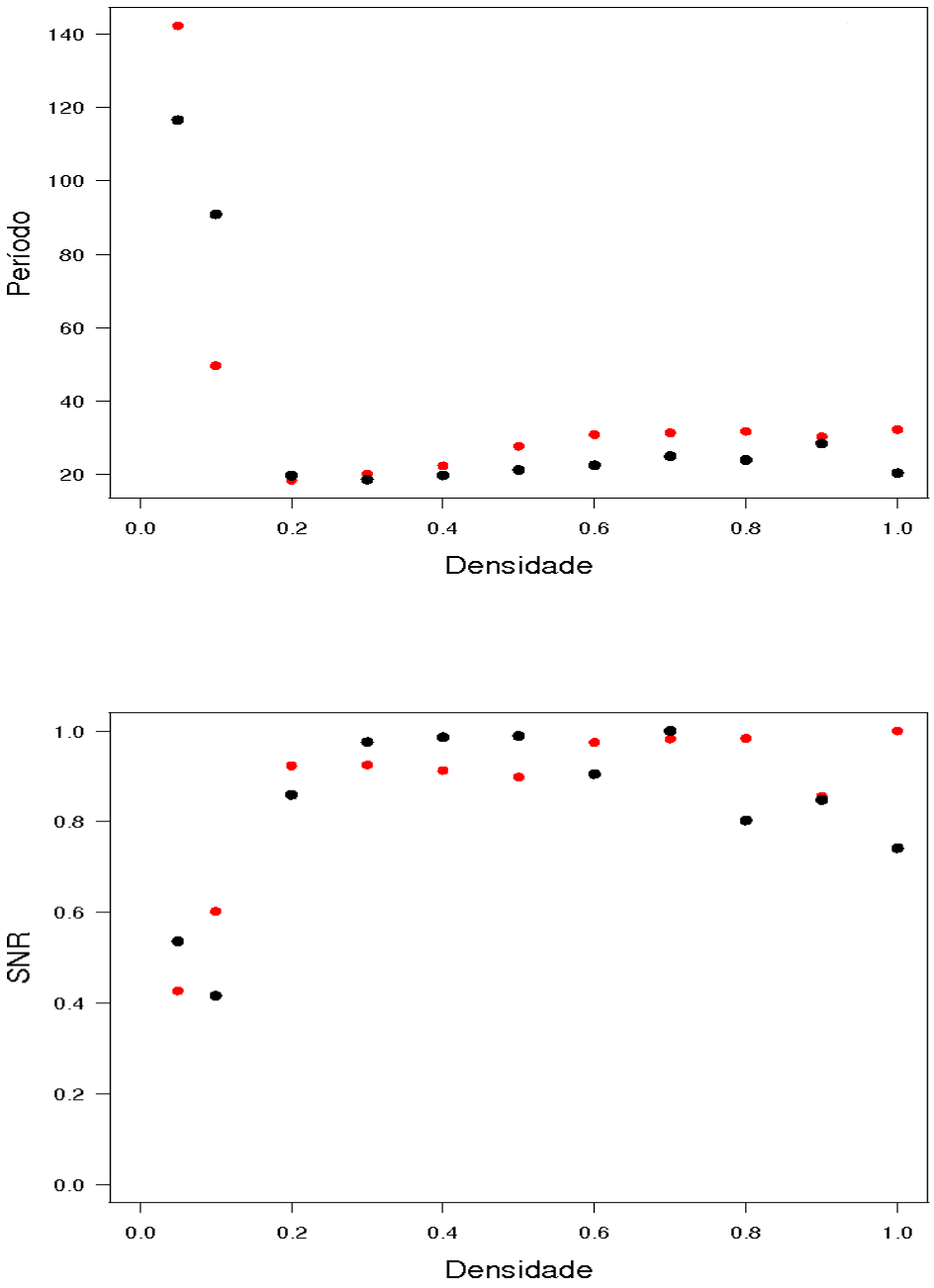


Figura 23: Relação do período de sincronização e a razão sinal-ruído (SNR) em função da densidade de agentes na rede. Em vermelho para o modelo com condição de contorno de valores fixos e em preto para condição de contorno periódica.

ao limiar para a densidade de formigas na colônia.

Em geral, as redes geradas pela condição de contorno periódica resultaram os maiores valores para o grau médio, coeficiente de agrupamento e os menores valores para o caminho médio mínimo. Isso foi devido a ausência de estruturas que limitassem o movimento dos agentes da rede, como ocorreu nas redes geradas pela condição de contorno de valores fixos.

4.2.2 Evolução temporal da rede de interação do ato comportamental de ativação-inativação para duas castas de formigas

A Figura 24 mostra o comportamento temporal do caminho mínimo médio e do grau médio obtido para a colônia e para as rainhas. Os valores de caminho mínimo médio e do grau médio obtidos para a colônia foram iguais ao da casta das operárias. Observamos que os maiores valores para o grau médio e os menores valores para o caminho mínimo médio, como esperados, foram obtidos para tempos grandes, sendo que estes valores devem estabilizar visto que assintoticamente a rede se tornará quasi-completa, pois somente não teríamos interações entre as rainhas. Os valores do parâmetro grau médio da casta das rainhas foram menores do que da colônia, enquanto os maiores valores do caminho mínimo médio foram da casta das rainhas. Os coeficientes de agrupamento médio para as operárias e para a colônia foram aproximadamente $0{,}356 \pm 0{,}062$ nos diferentes tempos. Lembramos que não existe coeficiente de agrupamento para a casta das rainhas, pois não existe interação entre elas para o ato comportamental limpeza mútua.

As redes geradas pelas operárias e da colônia nos diferentes tempos foram classificadas como rede aleatória, enquanto que as redes geradas pelas interações das rainhas foram inicialmente classificadas como redes livre de escala, depois sua topologia foi modificada (Figura 25). Esses resultados são facilmente verificados a partir das Figuras 26 e 27 e das Tabelas 3 e 4.

Para a colônia, temos que a distribuição dos graus segue uma distribuição de Poisson com parâmetro igual a 6,041 no tempo 1000 e no tempo 5800

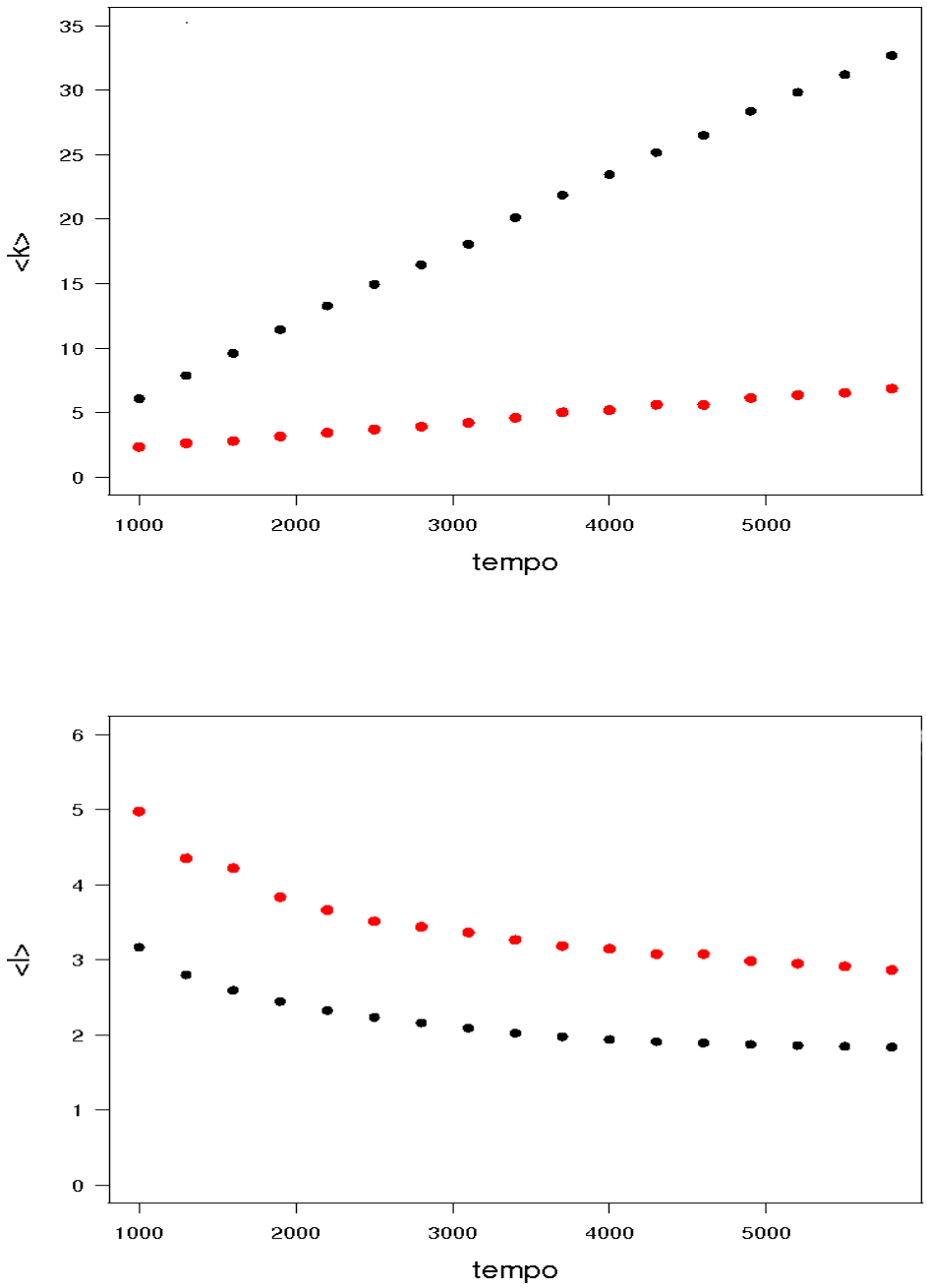


Figura 24: Evolução temporal dos valores do grau médio $\langle k \rangle$ e do caminho mínimo médio $\langle l \rangle$ para a colônia e rainhas. Em preto para colônia e em vermelho somente as rainhas.

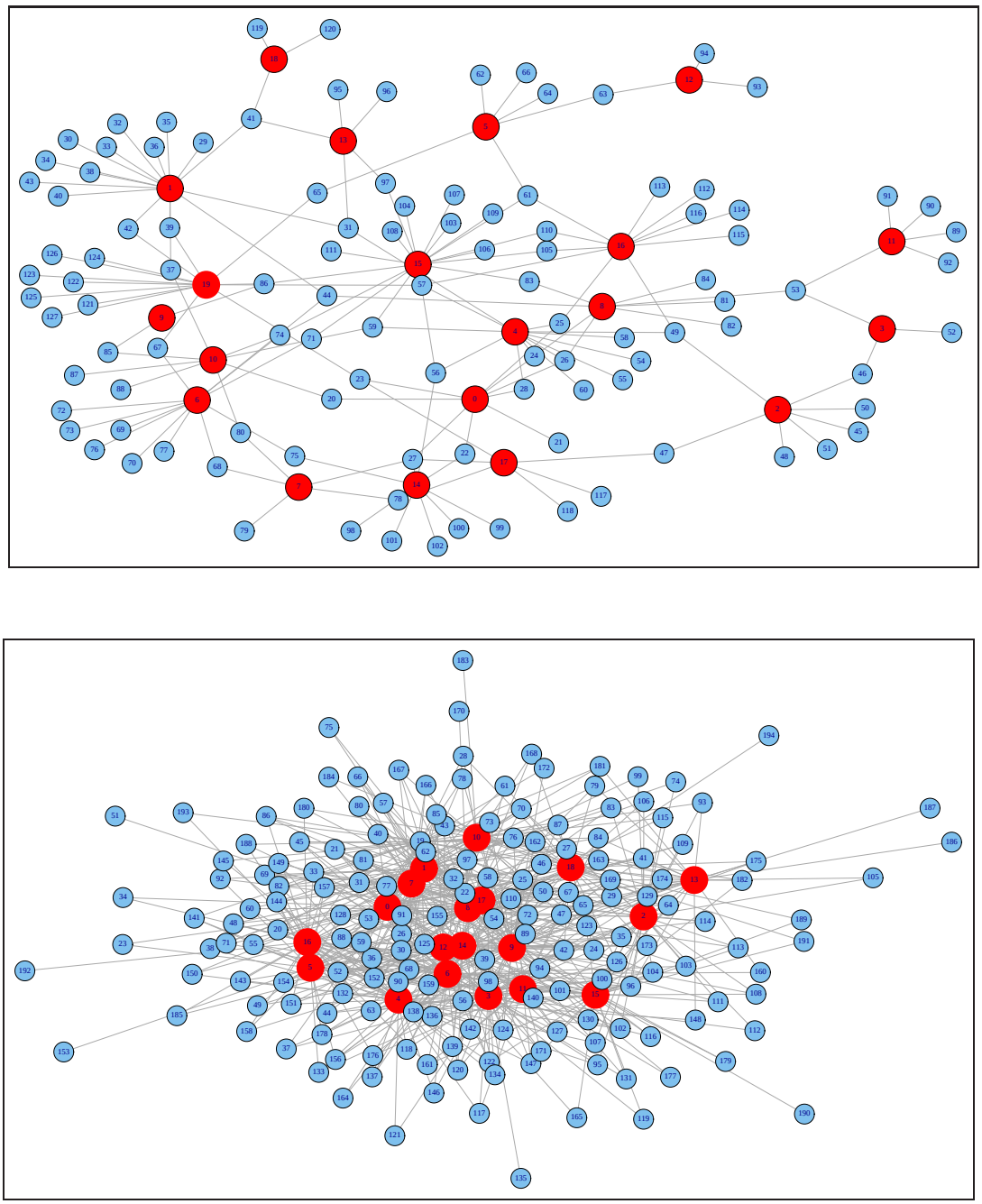


Figura 25: Diferentes topologias na casta das rainhas. Acima temos uma rede livre de escala para t = 1000 e abaixo topologia modificada para t = 5800. Em azul temos as operárias e em vermelho as rainhas.

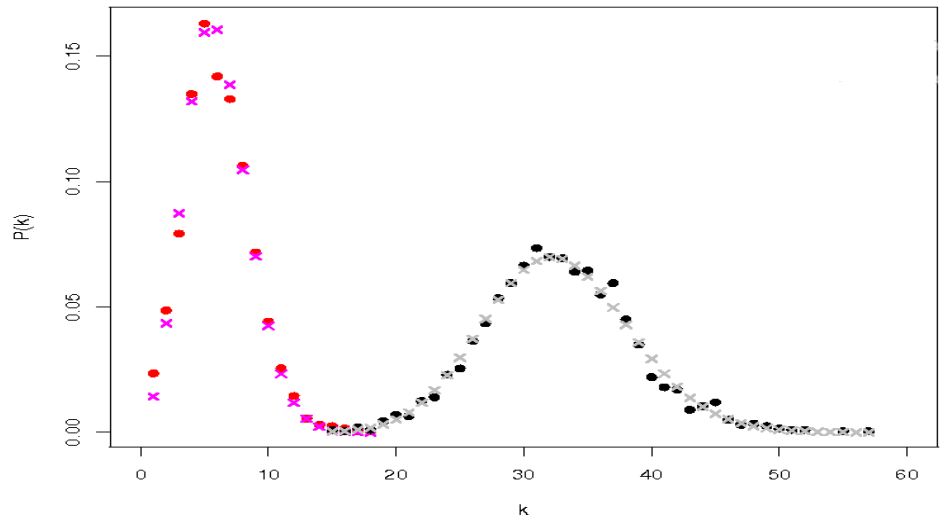


Figura 26: Distribuições dos graus de interação da colônia nos tempos 1000 e 5800. Os pontos vermelhos são os valores obtidos a partir das simulações no tempo 1000 e em preto no tempo 5800, e os x's correspondem aos valores ajustados.

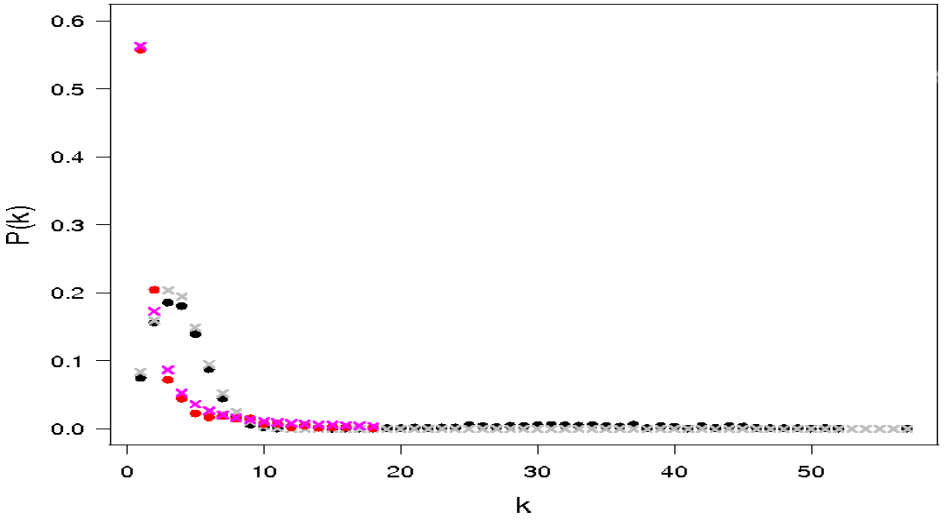


Figura 27: Distribuições dos graus de interação para a casta das rainhas nos tempos 1000 e 5800. Os pontos vermelhos são os valores obtidos a partir das simulações no tempo 1000 e em preto no tempo 5800, e os x's correspondem aos valores ajustados.

segue uma distribuição Normal com média igual a 32,436 e variância igual a 30,736 (Tabela 3). Entretanto, para as rainhas a distribuição dos graus no tempo 1000 tem uma distribuição de lei de potência com expoente igual a 1,701, mas no tempo 5800 a distribuição dos graus é melhor ajustada por uma distribuição Normal com média igual a 3,472 e variância igual a 4,328 (Tabela 4). Albert & Barabási (2002) mostraram que no modelo de redes livre de escala sem crescimento a distribuição dos graus muda com a evolução do tempo, nesse caso da distribuição de lei de potência para uma normal.

Tabela 3: Valores dos parâmetros ajustados para os dados de distribuição dos graus de interação da colônia para o tempo 1000 e 5800 utilizando as distribuições de probabilidade: lei de potência, Normal, Poisson e Exponencial discreta. Os parâmetros com * indica que $p < 0,05$ e os termos entre parênteses são os erros-padrão.

		Tempo 1000		Tempo 5800	
Modelos	Parâmetros	Estimativa	AICc	Estimativa	AICc
Lei de Potência	α	-0,268 (± 0,243)	-47,114	-0,040 (± 0,440)	-174,321
	β	0,095 (± 0,043)*		0,029 (± 0,044)	
Normal	μ	5,759 (± 0,077)*	-122,427	32,436 (± 0,096)*	-353,088
	σ^2	6,629 (± 0,327)*		30,736 (± 0,871)*	
Poisson	λ	6,041 (± 0,060)*	-129,508	32,686 (± 0,103)*	-352,376
Expon. discreta	λ	0,109 (± 0,034)*	-53,603	0,030 (± 0,010)*	-171,732

Mudança na distribuição dos graus em relação ao tempo foi relatado por Blonder & Dornhaus (2011) em dados experimentais para uma colônia da formiga *Temnothorax rugatulus* (Emery, 1895). Nesse trabalho os dados experimentais relativos ao número de interações recebidas pelas formigas ("out-degree") no tempo foram ajustados para distribuição dos graus e foi observada a mudança da distribuição binomial para uma distribuição de Poisson com a evolução temporal do sistema (Figura 28). Observe que a diferença entre os AIC's ($\Delta = |AIC_P - AIC_N|$) da distribuição normal e a de Poisson para a colônia no tempo 5800 é de 0,710 e no

Tabela 4: Valores dos parâmetros ajustados para os dados de distribuição dos graus de interação da casta das rainhas para o tempo 1000 e 5800 utilizando as distribuições de probabilidade: lei de potência, Normal, Poisson e Exponencial discreta. Os parâmetros com * indica que $p < 0,05$ e os termos entre parênteses são os erros-padrão.

		Tempo 1000		Tempo 5800	
Modelos	Parâmetros	Estimativa	AICc	Estimativa	AICc
Lei de potência	α	-1,701 (± 0,055)*	-100,704	-0,710 (± 0,113)*	-191,245
	β	0,562 (± 0,010)*		0,170 (± 0,029)*	
Normal	μ	0,998 (± 0,058)*	-75,210	3,472 (± 0,038)*	-396,275
	σ^2	0,524 (± 0,042)*		4,328 (± 0,129)*	
Poisson	λ	1,059 (± 0,222)*	-50,368	3,825 (± 0,036)*	-383,744
Expon. discreta	λ	0,846 (± 0,033)*	-89,905	0,181 (± 0,021)*	-226,579

tempo 1000 a diferença entre os AIC's é de 7,080. Segundo Burnham & Anderson (2002) quando $\Delta < 2$ indica que não existe diferença entre os modelos e quando o valor de Δ está entre 4 e 7 indica que o ajuste pela distribuição Normal é melhor do que a de Poisson, embora os dois modelos não sejam tão discrepantes.

Podemos comparar as redes das rainhas com uma rede de informação, como a que caracteriza o ambiente "**W**orld **W**ide **W**eb", onde a maioria dos nós está conectados a poucos nós, chamados de "hubs" (Albert & Barabási, 2002; Newman, 2003). Observamos que a estabilidade da rede de conexões deve-se aos nós "hubs", qualquer pertubação nestes nós, por exemplo, morte da rainha, existe a possibilidade de quebra da rede em vários aglomerados e, consequente, o isolamento destes. No trabalho Fewell (2003) sobre redes de inseto social, os autores comentam a importância de poucos indivíduos na distribuição da informação e da importância desse tipo de topologia (rede livre de escala) na resiliência da colônia.

O período de sincronização de ativação entre as operárias foi menor do que o obtido para as rainhas, sendo que o período de sincronização da colônia está

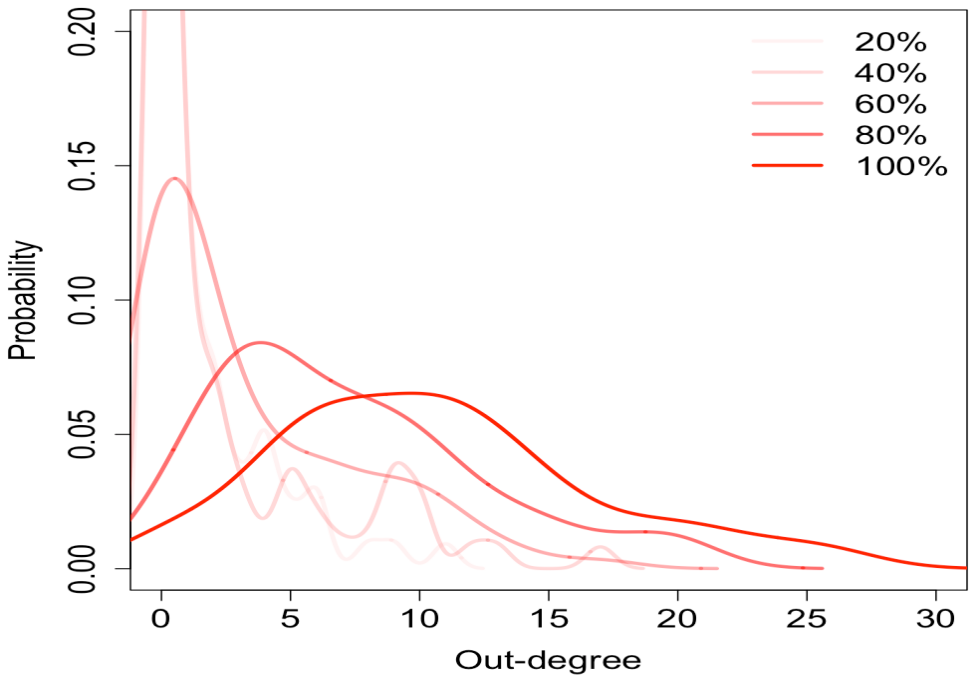
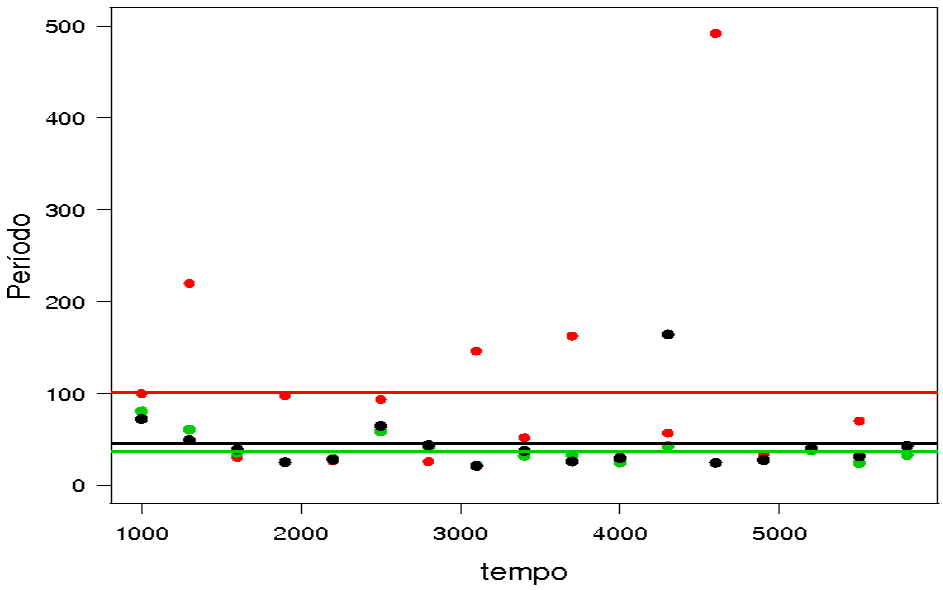


Figura 28: Distribuição dos graus com a evolução temporal da formiga *T. rugatulus*. Fonte: Blonder & Dornhaus (2011).

mais próximo ao das operárias (Figura 29, acima), esse resultado se deve ao fato de que as operárias são mais ativas e em maior número do que as rainhas (Hölldobler & Wilson, 1990) como observado no repertório comportamental de *C. senex*, o qual apresentou cerca de 40% da colônia em estado de imobilidade, sendo que as rainhas ficaram mais tempo imóveis (47,39%) do que as operárias (39,23%) (Santos et al., 2005). Em média, a razão sinal-ruído (SNR) para as operárias (0,434 $\pm$ 0,074) foi similar ao obtivo pelas rainhas (0,449 $\pm$ 0,094). Quando SNR é da ordem de 0,5 (Figura 29) significa que há muita variação no período de sincronização, isso acontece porque a densidade de formigas utilizada na rede é menor que 0,2 (ver Figura 23). Este resultado sugere que o experimento deve ser feito utilizando uma densidade maior para validação das conclusões obtidas.

A partir dos resultados obtidos até aqui, especula-se que os insetos sociais devem mudar a topologia das suas redes frente as perturbações, pois essa mudança funcionaria como uma estratégia evolutiva para maximizar ou minimizar



a transmissão da informação, por exemplo, na invasão na colônia por predadores a transmissão da informação tem que ser máxima, enquanto na invasão por patógenos tem que ser a mínima possível. Um maneira que os insetos sociais têm para mudar a topologia da rede de interação entre eles é através da regulagem da densidade de indivíduos na colônia. Portanto, novos experimentos devem ser elaborados com o objetivo de validar os resultados propostos. Finalmente, os resultados obtidos nesse trabalho são importantes para o entendimento da biologia dos insetos sociais, entretanto informações dos dados experimentais, principalmente em formigas, são fundamentais para o desenvolvimento e melhoria dos modelos.

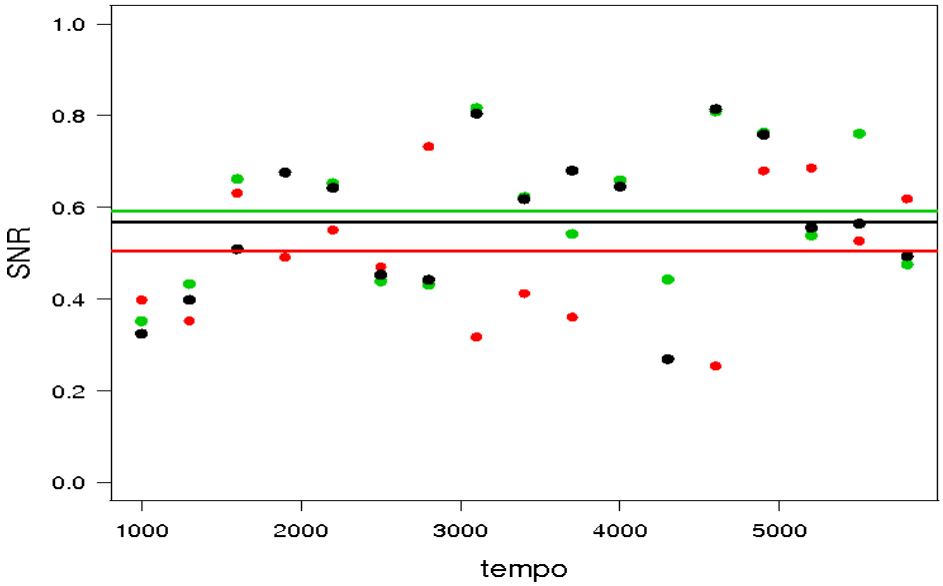


Figura 29: Relação do período de sincronização e da razão sinal-ruído como função do tempo. Os pontos pretos representam todos os indivíduos da colônia, em verde as operárias e em vermelho as rainhas. As linhas horizontais representam os valores médios do período de sincronização para cada casta e colônia.

5 CONCLUSÕES

Os resultados indicam que as colônias devem ter densidade entre 0,20 e 0,50 visto que neste intervalo a transmissão de informação na colônia é máxima. A rede de interação entre as rainhas gerada pelo ato comportamental de limpeza mútua é inicialmente livre de escala, pois a distribuição dos graus é melhor ajustada por uma lei de potência, depois ocorre mudança de topologia. Além disso, obtivemos que as operárias são mais ativas do que as rainhas e a informação distribuída pelas operárias é melhor preservada do que aquela distribuída pelas rainhas. Finalmente, sugerimos que novos experimentos sejam feitos com o objetivo de validar os resultados teóricos obtidos neste trabalho e possibilitar ajustes nos modelo propostos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AHMED, E. Fuzzy cellular automata models in immunobiology. **Journal of Statistical Physics**, v.85, n.1/2, p.291–294, 1996.

ALBERT, R.; BARABÁSI, A.-L. Statistical mechanics of complex networks. **Reviews of Modern Physics**, v.74, n.1, p.47–97, 2002.

ALBERT, R.; JEONG, H.; BARABÁSI, A.-L. Diameter of the world-wide-web. **Nature**, v.401, p.130–131, 1999.

BAGNOLI, F.; BEZZI, M. Species formation in simple ecosystems. **International Journal of Modern Physics C**, v.9, n.4, p.1–17, 1998.

BARABÁSI, A.-L.; ALBERT, R. Emergence of scaling in random networks. **Science**, v.286, p.509–512, 1999.

BARABÁSI, A.-L.; OLTVAI, Z. N. Network biology: understanding the cell's functional organization. **Nature Reviews Genetics**, v.5, p.101–113, 2004.

BARRAT, A.; BARTHÉLEMY, M.; VESPIGNANI, A. **Dynamical Processes on Complex Networks**. New York: Cambridge University, 2008. 347p.

BASCOMPTE, J. Networks in ecology. **Basic and Applied Ecology**, v.8, p.485–490, 2007.

BASCOMPTE, J.; JORDANO, P. Plant-animal mutualistic networks: the architecture of biodiversity. **Annual Review of Ecology, Evolution, and Systematics**, v.38, p.567–593, 2007.

BASTOLLA, U.; FORTUNA, M. A.; PASCUAL-GARCÍA, A.; FERREIRA, A.; LUQUE, B.; BASCOMPTE, J. The architecture of mutualistic networks minimizes competition and increases biodiversity. **Nature**, v.458, n.23, p.1018–1020, 2009.

BEZZI, M.; CELADA, F.; RUFFO, S.; SEIDEN, P. E. The transition between immune and disease states in a cellular automaton model of clonal immune response. **Physica A**, v.245, p.145–163, 1997.

BLONDER, B.; DORNHAUS, A. Time-ordered networks reveal limitations to information flow in ant colonies. **PLoS ONE**, v.6, n.5, p.1–8, 2011.

BOCCALETTI, S.; LATORA, V.; MORENO, Y.; CHAVEZ, M.; HWANG, D.-U. Complex networks: structure and dynamics. **Physics Reports**, v.424, p.175–308, 2006.

BONABEAU, E.; THERAULAZ, G.; DENEUBOURG, J.-L.; ARON, S.; CAMAZINE, S. Self-organization in social insects. **TREE**, v.12, n.5, p.188–193, 1997.

BURNHAM, K. P.; ANDERSON, D. R. **Model selection and multi-model inference**. 2. ed. New York: Springer-Verlag, 2002.

CANNAS, S. A.; PAEZ, S. A.; MARCO, D. E. Modeling plant spread in forest ecology using cellular automata. **Computer Physics Communications**, v.121–122, p.131–135, 1999.

COLE, B. J. Short-term activity cycles in ants: generation of periodicity by worker interaction. **The American Naturalist**, v.137, n.2, p.244–259, 1991.

COLE, B. J. Short-term activity cycles in ants: age-related changes in tempo and colony synchrony. **Behavioral Ecology and Sociobiology**, v.31, p.181–187, 1992.

DEUTSCH, A.; DORMANN, S. **Cellular automaton modeling of biological pattern formation: characterization, applications, and analysis**. Boston: Birkhäuser, 2005. 343p.

DOROGOVTSEV, S. N.; MENDES, J. F. F. Evolution of networks. **Advances in Physics**, v.51, p.1–67, 2002.

EDELSTEIN-KESHET, L.; WATMOUGH, J.; ERMENTROUT, G. B. Trail following in ants: individual properties determine population behaviour. **Behavioral Ecology and Sociobiology**, v.36, p.119–133, 1995.

ERDÖS, P.; RÉNYI, A. On Random Graphs I. **Publicationes Mathematicae**, v.6, p.290–297, 1959.

ERDÖS, P.; RÉNYI, A. On the Evolution of Random Graphs. **Publ. Math. Inst. Hung. Acad. Sci.**, v.5, p.17–61, 1960.

ERMENTROUT, G. B.; EDELSTEIN-KESHET, L. Cellular Automata Approaches to biological modeling. **Journal Theoretical Biology**, v.160, p.97–133, 1993.

FEWELL, J. H. Social Insect Networks. **Science**, v.301, p.1867–1870, 2003.

FRANKS, N. R.; BRYANT, S.; GRIFFITHS, R. Synchronization of the behaviour within nests of the ant *Leptothorax acervorum* (Fabricius) - I. Discovering the phenomenon and its relation to the level of starvation. **Bulletin of Mathematical Biology**, v.52, n.5, p.597–612, 1990.

GULLAN, P. J.; CRANSTON, P. S. **Os insetos: um resumo de entomologia**. São Paulo: Roca, 2008. 440p.

HERZ, A. V. M. Collective phenomena in spatially extended evolutionary games. **Journal Theoretical Biology**, v.169, p.65–87, 1994.

HINDE, R. A. Interactions, relationships and social structure. **Man**, v.11, p.1–17, 1976.

HÖLLDOBLER, B.; WILSON, E. O. **The ants**. Cambridge: The Belknap Press of Havard University Press, 1990.

JEONG, H.; TOMBOR, B.; ALBERT, R.; OLTVAI, Z. N.; BARABÁSI, A.-L. The large-scale organization of metabolic networks. **Nature**, v.407, n.5, p.651–654, 2000.

KRAUSE, J.; CROFT, D. P.; JAMES, R. Social network theory in the behavioural sciences potential applications. **Behavioral Ecology and Sociobiology**, v.62, p.15–27, 2007.

LEWINSOHN, T. M.; LOYOLA, R. D.; PRADO, P. I. Matrizes, redes e ordenações: a detecção de estrutura em comunidades interativas. **Oecologia Brasiliensis**, v.10, n.1, p.90–104, 2006.

LILJEROS, F.; EDLING, C. R.; AMARAL, L. A. N.; STANLEY, H. E.; ÅBERG, Y. The web of human sexual contacts. **Nature**, v.411, p.907–908, 2001.

MALLET, D. G.; DE PILLIS, L. G. A cellular automata model of tumor-immune system interactions. **Journal Theoretical Biology**, v.239, p.334–350, 2006.

MEYER–HERMANN, M. A mathematical model for the germinal center morphology and affinity maturation. **Journal Theoretical Biology**, v.216, p.273–300, 2002.

MIRAMONTES, O.; SOLÉ, R. V.; GOODWIN, B. C. Collective behaviour of random-actived mobile cellular automata. **Physica D**, v.63, p.145–160, 1993.

MONTOYA, J. M.; SOLÉ, R. V. Small world patterns in food webs. **Journal Theoretical Biology**, v.214, p.405–412, 2002.

NAUG, D.; CAMAZINE, S. The role of colony organization on pathogen transmission in social insects. **Journal Theoretical Biology**, v.215, p.427–439, 2002.

NEWMAN, M.; BARABÁSI, A.-L.; WATTS, D. J. **The Structure and Dynamics of Networks**. New Jersey: Princeton University, 2006. 582p.

NEWMAN, M. E. J. The structure of scientific collaboration networks. **Proceedings of the National Academy of Sciences USA**, v.98, p.404–409, 2001.

NEWMAN, M. E. J. The structure and function of complex networks. **SIAM Review**, v.45, n.2, p.167–256, 2003.

PIE, M. R.; ROSENGAUS, R. B.; TRANIELLO, J. F. A. Nest architecture, activity pattern, worker density and the dynamics of disease transmission in social insects. **Journal of Theoretical Biology**, v.226, p.45–51, 2004.

PROULX, S. R.; PROMISLOW, D. E. L.; PHILLIPS, P. C. Network thinking in ecology and evolution. **TRENDS in Ecology and Evolution**, v.20, n.6, p.345–353, 2005.

R DEVELOPMENT CORE TEAM. **R: A Language and Environment for Statistical Computing**. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria, 2011. ISBN 3-900051-07-0.

SANTOS, J. C.; YAMAMOTO, M.; OLIVEIRA, F. R.; DEL-CLARO, K. Behavioral repertory of the weaver ant *Camponotus* (*Myrmobrachys*) *senex* (Hymenoptera: Formicidae). **Sociobiology**, v.45, p.1–11, 2005.

SCHÖNFISCH, B. Propagation of fronts in cellular automata. **Physica D**, v.80, p.433–450, 1995.

SOLÉ, R. V.; MIRAMONTES, O.; GOODWIN, B. C. Oscillations and chaos in ant societies. **Journal Theoretical Biology**, v.161, p.343–357, 1993.

VIEIRA, A. S.; ANTONIALLI–JUNIOR, W. F.; FERNANDES, W. D. Modelo arquitetônico de ninhos da formiga *Ectatomma vizottoi* Almeida (Hymenoptera, Formicidae). **Revista Brasileira de Entomologia**, v.51, n.4, p.489–493, 2007.

DE VRIES, G.; HILLEN, T.; LEWIS, M.; MÜLLER, J.; SCHÖNFISCH, B. **A Course in mathematical biology: quantitative modeling with mathematical and computacional methods**. Philadelphia: SIAM, 2006.

WATMOUGH, J.; EDELSTEIN-KESHET, L. Modelling the formation of trail networks by foraring ants. **Journal Theoretical Biology**, v.176, p.357–371, 1995.

WATTS, D. J.; STROGATZ, S. H. Collective dynamics of small-world networks. **Nature**, v.393, n.4, p.440–442, 1998.

WEY, T.; BLUMSTEIN, D. T.; SHEN, W.; JORDÁN, F. Social network analysis of animal behaviour: a promising tool for the study of sociality. **Animal Behaviour**, v.75, p.333–344, 2008.

WHITEHEAD, H. Analysing animal social structure. **Animal Behaviour**, v.53, p.1053–1067, 1997.

WILSON, E. O. **Sociobiology: The New Synthesis**. Cambridge, Massachusetts: Belknap Press, 1975.

WILSON, E. O. Causes of ecological success: the case of the ants. **Journal of Animal Ecology**, v.56, p.1–9, 1987.

WOLFRAM, S. **Theory and application of cellular automata**. Singapore: World Scientific, 1986.

YOOK, S. H.; JEONG, H.; BARABÁSI, A.-L. Modeling the Internet's large-scale topology. **Proceeding of the National Academy of Sciences USA**, v.99, p.13382–13386, 2001.

APÊNDICES

Apêndice A

```
#define N 625
#define p 0.2
#define A 2500   //Amaxima = N(N-1)/2 <= p*Amaxima (aleatória)
#define max 2    //Iterações
#define m 1      //número de arestas para conexão (livre de escala)
#define mo 4     // vértices inicial (livre de escala)
#define d 4      // N=100 >> d = 10 >> ln(100)=4.605 >> 1 => d/2 = 5
#define V 1      //Vezes que o mundo pequeno e executado

int rede[N][N], DIST[N][N], lista[N], dist[N], norm[N], T[N], k[N],
    teste[N];
float C[N], pk[N], randon[N], randon1[N], randon2[N];

/*************************************************************
Constroir a Matriz de Caminho Mínimo
*************************************************************/
//Verifica se o nó x está na lista[i]
int verifique (int x, int n){
  int j, i=0;
  for (j = 0; j < n; j++) if (lista[j] == x) i++;
```

```
20   return i;
21 }
22
23 //Busca o menor caminho entre os nós s = início e t = termino
24 int busca (int s, int t){
25   int i, j, c, passo, mu, x;
26   lista[0] = s;
27   dist[0] = norm[s] = mu = 0;
28   passo = c = 1;
29   do{
30     i = lista[mu];
31     for (j = 0; j < N; j++){
32       if (rede[i][j]){
33       x = verifique(j, c);
34       if (!x){
35         lista[c] = j;
36         dist[c] = passo;
37         norm[j] = passo;
38         c++;
39       }
40       }
41     }
42     if (dist[mu+1] > dist[mu]) passo++;
43     mu++;
44   } while (!(mu>N));
45   return --passo;
46 }
47
48 //Inicializa os vetores lista[i] e dist[i]
49 void limpe1 (){
50   int i;
51   for (i = 0; i < N; i++) lista[i] = dist[i] = norm[i] = -1;
52 }
53
54 //Inicializa a construção da matriz distância
```

```
55 void caminho (int n){
56   int i, j;
57   for (i = 0; i < n; i++){
58      for (j = i+1; j < n; j++){
59         limpe1();
60         busca(i, j);
61         DIST[j][i] = DIST[i][j] = norm[j];
62      }
63   }
64 }
65
66 /*****************************************************************
67 Calcula do caminho mínimo médio
68 *****************************************************************/
69 float soma1(int n){
70   int i, j, soma=0;
71   for (i = 0; i < n; i++)
72     for (j = i+1; j < n; j++)  soma += DIST[i][j];
73   return (float)soma/(n*(n-1)/2);
74 }
75
76 /*****************************************************************
77 Coeficiente de Agrupamento
78 *****************************************************************/
79 //Calcula o Coeficiente de Agrupamento
80 float soma2 (int n){
81   int i;
82   float count=0.;
83   for (i = 0; i < n; i++) if (C[i]) count += C[i];
84   return count/n;
85 }
86
87 void limpe2 (){
88   int i;
89   for (i = 0; i < N; i++){
```

```
90      C[i] = T[i] = 0;
91    }
92  }
93
94  //Constroi o vetor com os Coeficientes de Agrupamento de cada nó
95  void Ci (int n){
96    int i;
97    for (i = 0; i < n; i++){
98      if (k[i] > 1) C[i] = (float)(2*T[i])/(k[i]*(k[i]-1));
99      else  C[i] = 0;
100   }
101 }
102
103 //Constroi o vetor com o número de conexões que existem entre os
        vizinhos de i compara os nós l e c
104 void comparar (int l, int c, int n){
105   int j;
106   for (j = 0; j < n; j++) if (rede[l][j] && rede[c][j]) T[j]++;
107 }
108
109 //Verifica as conexões entre os vizinhos do nó i
110 void coef (int n){
111   int i, j;
112   for (i = 0; i <n-1; i++){
113     if (k[i] > 1){
114       for (j = i+1; j < n; j++) if (rede[i][j])  comparar(i, j, n);
115     }
116     else T[i]=0;
117   }
118 }
119
120 //Função do coeficiente de agrupamento
121 float coefagrup (int n){
122   float L;
123   limpe2();
```

```
124   coef(n);
125   Ci(n);
126   L = soma2(n);
127   return L;
128 }
129
130 /*****************************************************************
131 Inicializador
132 *****************************************************************/
133 void inicializar (){
134   int i, j;
135   for (i = 0; i < N; i++){
136     k[i] = C[i] = T[i] = 0;
137     for (j = 0; j < N; j++) DIST[i][j] = rede[i][j] = 0;
138   }
139 }
140
141 /*****************************************************************
142 Rede Livre de Escala
143 *****************************************************************/
144 //Conecta todos os nós iniciais
145 void livre2 (){
146   int i, j;
147   for (i = 0; i < mo; i++){
148     for (j = i+1; j < mo; j++) rede[i][j] = rede[j][i] = 1;
149   }
150 }
151
152 int ki (int n){
153   int i, j, count, sk=0;
154   for (i = 0; i < n; i++){
155       count = 0;
156       for (j = 0; j < n; j++){
157         if (rede[i][j]){
158           count++;
```

```
159          sk++;
160         }
161       }
162       k[i] = count;
163     }
164     return sk;
165 }
166 
167 //Calcula a frequência relativa do grau por nó
168 void probki (int sk, int n){
169     int i;
170     for (i = 0; i < n; i++) pk[i] = (float)k[i]/sk;
171 }
172 
173 //Cria o vetor aleatório
174 void aleat (int n){
175     int i;
176     for (i = 0; i < n; i++) randon[i] = ((double)rand())/RAND_MAX;
177 }
178 
179 //Cria um arquivo com os dados de crescimento da rede livre de escala
180 //Constroi a Rede Livre de Escala
181 void inicio3 (int c){
182     int i, j, count;
183     float K, L, Ag;
184     FILE *incid;
185     char arq1[20];
186     sprintf (arq1, "d-livre%d.txt", c);
187     incid = fopen(arq1, "w");
188     inicializar();
189     livre2();
190     fprintf (incid, "i\t<k>\t<l>\t<C>\n");
191     for (j = mo; j < N; j++){
192       K = ki(j);
193       probki(K, j);
```

```
194     K = (float)K/j;
195     caminho(j);
196     L = soma1(j);
197     Ag = coefagrup(j);
198     fprintf (incid, "%d\t%f\t%f\t%f\n", j, K, L, Ag);
199     do{
200       count = 0;
201       aleat(j);
202       for (i = 0; i < j; i++){
203         if (pk[i] > randon[i]){
204             teste[i] = 1;
205             count++;
206         }
207         else teste[i] = 0;
208       }
209     } while (count != m);
210     for (i = 0; i < j; i++) rede[i][j] = rede[j][i] = teste[i];
211   }
212   K = (float)ki(j)/j;
213   caminho(j);
214   L = soma1(j);
215   Ag = coefagrup(j);
216   fprintf (incid, "%d\t%f\t%f\t%f\n", j, K, L, Ag);
217   fclose (incid);
218 }
219
220 /*************************************************************
221 Rede Mundo Pequeno
222 *************************************************************/
223 int excluir (int i){
224   int j, count;
225   do{
226     for (j = 0; j < N; j++){
227       if (rede[i][j])  randon[j] = ((double)rand())/RAND_MAX;
228       else randon[j] = 1;
```

```
229     }
230     count = 0;
231     for (j = 0; j < N; j++){
232        if (randon[j] <= p){
233        count++;
234        randon1[j] = -1;
235        }
236        else randon1[j] = 0;
237     }
238   } while (count != m && count != 0);
239   return count;
240 }
241
242 void criar (int i){
243   int j, count;
244   do{
245     for (j = 0; j < N; j++){
246        if(rede[i][j])  randon[j] = 1;
247        else  randon[j] = ((double)rand())/RAND_MAX;
248     }
249     count = 0;
250     for (j = 0; j < N; j++){
251        if(randon[j] <= p && i!=j){
252        count++;
253        randon2[j] = 1;
254        }
255        else  randon2[j] = 0;
256     }
257   } while (count != m);
258 }
259
260 void realocar(){
261   int i, j, count;
262   for (i = 0; i < N; i++){
263      count = excluir(i);
```

```
264       if (count){
265         criar(i);
266         for (j = 0; j < N; j++){
267          rede[i][j] = rede[i][j] + randon1[j];
268          rede[i][j] = rede[i][j] + randon2[j];
269          rede[j][i] = rede[i][j];
270         }
271       }
272   }
273 }
274
275 void inicio5(){
276   int passo=0;
277   inicializar();
278   inicio4();
279   do{
280     realocar();
281     passo++;
282   } while (passo < V);
283 }
284
285 /*****************************************************************
286 Funções de impressão em arquivo
287 *****************************************************************/
288 //Cria arquivo com a lista de interacao
289 void incidencia (int c, int esc){
290   FILE *incid;
291   int i, j;
292   char arq1[20];
293   if(esc == 1) sprintf (arq1, "inc-livre%d.txt", c);
294   else if(esc == 2) sprintf (arq1, "inc-mundo%d.txt", c);
295   incid = fopen(arq1, "w");
296   for (i = 0; i < N; i++){
297      for (j = i+1; j < N; j++) if (rede[i][j])  fprintf (incid, "%d %d\
          n", i, j);
```

```
298   }
299   fclose(incid);
300 }
301
302 //Cria arquivo com a matriz distância
303 void distancia (int c, int esc){
304   FILE *incid;
305   int i, j;
306   char arq1[20];
307   if(esc == 1) sprintf(arq1, "dis-livre%d.txt", c);
308   else if(esc == 2) sprintf(arq1, "dis-mundo%d.txt", c);
309   incid = fopen(arq1, "w");
310   for (i = 0; i < N; i++){
311      for (j = 0; j < N; j++) fprintf(incid, "%d\t", DIST[i][j]);
312      fprintf(incid, "\n");
313   }
314   fclose(incid);
315 }
316
317 //Cria arquivo com os graus locais e agrupamentos locais
318 void kgraus(int c, int esc){
319   FILE *incid;
320   int i, j;
321   char arq1[20];
322   if (esc == 1) sprintf (arq1, "k-livre%d.txt", c);
323   else if (esc == 2) sprintf (arq1, "k-mundo%d.txt", c);
324   incid = fopen(arq1, "w");
325   fprintf (incid, "k\tC\n");
326   for (i = 0; i < N; i++) fprintf (incid, "%d\t%f\n", k[i], C[i]);
327   fclose(incid);
328 }
329
330 /*****************************************************************
331 FUNÇÃO PRINCIPAL
332 *****************************************************************/
```

```
333 int main(){
334   float L, K, Ag;
335   int escolha, c, i, j;
336   c = 0;
337   FILE *grid;
338   printf ("1 - Livre de Escala: \n2 - Rede Mundo pequeno \n");
339   scanf("%d" , &escolha);
340   if (escolha == 1) grid=fopen("aleat1.txt","w");
341   else if (escolha == 2) grid=fopen("aleat2.txt","w");
342   fprintf(grid, "amostra\tGrau\tCMM\tAgrup\n");
343   do {
344     switch(escolha){
345         case 1:{
346          inicializar();
347          inicio1();  //Inicializa a rede livre de escala
348          break;
349         }
350         case 2:{
351          inicializar();
352          inicio2(); //Inicializa a rede mundo pequeno
353          break;
354         }
355     }
356     //Grau Medio
357     K = (float)ki(N)/N;
358     //Caminho Minimo Medio
359     caminho(N);
360     //printf ("Matriz distancia\n");
361     L = soma1(N);
362     //Coeficiente de Agrupamento Medio
363     Ag = coefagrup(N);
364     fprintf (grid, "%d\t%f\t%f\t%f\n", c, K, L, Ag);
365     incidencia(c, escolha);
366     distancia(c, escolha);
367     kgraus(c, escolha);
```

```
368       c++;
369     } while (c < max);
370     fclose(grid);
371     return 0;
372 }
```

Apêndice B

```
1  #define N 10 //Tamanho da rede
2  #define d 1.00 //Densidade da população
3  #define g 0.05 //Parâmetro de ganho
4  #define pa 0.01 //Probabilidade de ativação espontânea (pa>=0)
5  #define sa 0.01 //Nível de atividade espontânea
6  #define P 500 //Número de passos
7  #define A 10 //Número de amostra
8
9  //Valores dos coeficientes acoplados
10 #define c1 1
11 #define c2 1
12 #define c3 1
13 #define c4 1
14 #define ieee 0.00000000000001
15 #define I ((int)(d*N*N))
16
17 int m[N][N], m2[N][N], a[N][N], a2[N][N], inc[I][I]; //Matriz dos m's
18 float S1[N][N], S2[N][N]; //Matriz dos valores de atividade
19
20 /*****************************************************************
21 Propriedades da rede
22 *****************************************************************/
```

```
23 Os códigos para caracterizar a topologia das redes são os mesmos do
       Apêndice A
24
25 /*********************************************************************
26 Funções para inicializar
27 *********************************************************************/
28 void inicio (){
29   int i, j;
30   for (i = 0; i < N; i++){
31      for (j = 0; j < N; j++){
32         m2[i][j] = m[i][j] = a2[i][j] = a[i][j] = 0;
33         S2[i][j] = S1[i][j] = ieee;
34      }
35   }
36 }
37
38 void distr (){
39   int i, j, c;
40   c = 0;
41   do{
42     i = rand() % N;
43     j = rand() % N;
44     if (a[i][j] == 0){
45       S1[i][j] = (((double)rand())/RAND_MAX) + rand()%2 - 1;
46       if (S1[i][j] > ieee)  m[i][j] = 1;
47       c++;
48       a[i][j] = c;
49     }
50   } while (c < d*N*N);
51 }
52
53 /*********************************************************************
54 Atualização da Matriz S1 de S2
55 *********************************************************************/
56 void atualiz (){
```

```
57   int i, j;
58   for (i = 0; i < N; i++){
59      for (j = 0; j < N; j++){
60         S1[i][j] = S2[i][j];
61         S2[i][j] = ieee;
62         if (S1[i][j] > ieee) m[i][j] = 1;
63         else m[i][j] = 0;
64       }
65   }
66 }
67
68 /*********************************************************************
69 Funções para a condição de contorno periódica
70 *********************************************************************/
71 int cci (int i){
72   if (i < 0) return (N - 1);
73   if (i > (N - 1)) return 0;
74   return i;
75 }
76
77 int ccj (int j){
78   if (j < 0) return (N - 1);
79   if (j > (N - 1)) return 0;
80   return j;
81 }
82
83 /*********************************************************************
84 Função para os coeficientes acoplados
85 *********************************************************************/
86 int Coe (i,j){
87   if (i > 0){
88     if (j > 0) return c1;
89     else return c3;
90   } else {
91     if (j > 0) return c2;
```

```
92      else return c4;
93    }
94  }
95
96  /*********************************************************************
97  Função para o valor de atividade (S)
98  *********************************************************************/
99  float J (i, j){
100   float act;
101   act = tanh(g*(Coe(i - 1, j - 1)*S1[cci(i - 1)][ccj(j - 1)] + Coe(i -
          1, j)*S1[cci(i - 1)][j] + Coe(i - 1, j + 1)*S1[cci(i - 1)][ccj(j +
           1)] + Coe(i, j - 1)*S1[i][ccj(j - 1)] + Coe(i, j)*S1[i][j] + Coe(
          i, j + 1)*S1[i][ccj(j + 1)] + Coe(i + 1, j - 1)*S1[cci(i + 1)][ccj
          (j - 1)] + Coe(i + 1, j)*S1[cci(i + 1)][j] + Coe(i + 1, j + 1)*S1[
          cci(i + 1)][ccj(j + 1)]));
102   return act;
103 }
104
105 /*********************************************************************
106 Função Secundária
107 *********************************************************************/
108 void atividade (){
109   int i, j;
110   for (i = 0; i < N; i++){
111      for (j = 0; j < N; j++){
112         if (a[i][j]) S2[i][j] = J(i, j);
113    }
114   }
115   atualiz();
116 }
117
118 /*********************************************************************
119 Função de atualização do MOVE()
120 *********************************************************************/
121 void atualmove (){
```

```
122   int i, j;
123   for (i = 0; i < N; i++){
124      for (j = 0; j < N; j++){
125         a[i][j] = a2[i][j];
126         m[i][j] = m2[i][j];
127         S1[i][j] = S2[i][j];
128         a2[i][j] = m2[i][j] = 0;
129         S2[i][j] = ieee;
130      }
131   }
132 }
133
134
135 /*********************************************************************
136 Função de movimento
137 *********************************************************************/
138 void move (){
139   int i, j;
140   int l, c, count, z;
141   for (i = 0; i < N; i++){
142      for (j = 0; j < N; j++){
143         if (a[i][j]){
144         if (m[i][j]){
145           z = count = 0;
146           do{
147              l = rand()%3 - 1;
148              c = rand()%3 - 1;
149              z++;
150              if (a[cci(i + l)][ccj(j + c)] == 0 && a2[cci(i + l)][ccj(j
                     + c)] == 0){
151                a2[cci(i + l)][ccj(j + c)] = a[i][j];
152                m2[cci(i + l)][ccj(j + c)] = m[i][j];
153                a[i][j] = m[i][j] = 0;
154                S2[cci(i + l)][ccj(j + c)] = S1[i][j];
155                S1[i][j] = ieee;
```

```
156                 count++;
157               }
158           } while (count == 0 && z < 6);
159           if (z >= 5){
160             a2[i][j] = a[i][j];
161             m2[i][j] = m[i][j];
162             a[i][j] = m[i][j] = 0;
163             S2[i][j] = S1[i][j];
164             S1[i][j] = ieee;
165           }
166         } else {
167             a2[i][j] = a[i][j];
168             m2[i][j] = m[i][j];
169             a[i][j] = m[i][j] = 0;
170             S2[i][j] = S1[i][j];
171             S1[i][j] = ieee;
172         }
173         }
174     }
175   }
176   atualmove();
177 }
178
179 /*********************************************************************
180 Função de ativação espontânea
181 *********************************************************************/
182 void prob (){
183     int i, j;
184     float ra;
185     for (i = 0; i < N; i++){
186        for (j = 0; j < N; j++){
187           if (S1[i][j] < ieee && a[i][j] > 0){
188           ra = ((double)rand())/RAND_MAX;
189           if (ra < pa){
190             S1[i][j] = sa;
```

```
191                 m[i][j] = 1;
192               }
193             }
194           }
195       }
196 }
197
198 /*********************************************************************
199 Função soma de ativação espontânea
200 *********************************************************************/
201 float som1 (){
202   int i, j;
203   float s;
204   s = 0.0;
205   for (i = 0; i < N; i++){
206       for (j = 0; j < N; j++){
207           s += S1[i][j];
208       }
209   }
210   return s;
211 }
212
213 /*********************************************************************
214 Função soma de objetos ativos
215 *********************************************************************/
216 int som2 (){
217   int i, j;
218   int s = 0;
219   for (i = 0; i < N; i++){
220     for (j = 0; j < N; j++){
221       s += m[i][j];
222     }
223   }
224   return s;
225 }
```

```
226
227 /*********************************************************************
228 Construção da matriz de incidência
229 *********************************************************************/
230 void pinc (int NP)
231 {
232   FILE *ar3;
233   int i, j;
234   char arq3[20];
235   sprintf (arq3,"%dincidencia%d.txt", (int)(d*100), NP);
236   ar3 = fopen(arq3,"w");
237   for (i = 0; i < I; i++){
238     for (j = i; j < I; j++){
239        if (inc[i][j]) fprintf (ar3, "%d\t%d\n",i ,j);
240     }
241   }
242 }
243
244 void incid(){
245   int i, j, l, c;
246
247   //Meio
248   for (i = 1; i < N-1 ; i++){
249      for (j = 1; j < N-1; j++){
250         if (a[i][j] && m[i][j]){
251         for (l = i-1; l <= i+1; l++){
252            for (c = j-1; c <= j+1; c++){
253               if (a[i][j] != a[l][c] && a[l][c] && m[l][c])  inc[a[i][j
                     ]-1][a[l][c]-1] = 1;
254            }
255         }
256         }
257      }
258   }
259
```

```
260   //Coluna 0
261   j = N-1;
262   for (i = 1; i < N-1; i++){
263      if (a[i][0] && m[i][0]){
264        for (l = i-1; l <= i+1; l++){
265         if (a[l][j] && m[l][j])  inc[a[i][0]-1][a[l][j]-1] = 1;
266         for (c = 0; c <= 1; c++){
267            if (a[i][0] != a[l][c] && a[l][c] && m[l][c]) inc[a[i
                  ][0]-1][a[l][c]-1] = 1;
268         }
269         }
270      }
271   }
272
273   //Coluna N-1
274   j = 0;
275   for (i = 1; i < N-1; i++){
276      if (a[i][N-1] && m[i][N-1]){
277        for (l = i-1; l <= i+1; l++){
278         if (a[l][j] && m[l][j])  inc[a[i][N-1]-1][a[l][j]-1] = 1;
279         for (c = N-2; c <= N-1; c++){
280            if (a[i][N-1] != a[l][c] && a[l][c] && m[l][c])  inc[a[i][N
                  -1]-1][a[l][c]-1] = 1;
281         }
282        }
283     }
284   }
285
286   //Linha 0
287   i = N-1;
288   for (j = 1; j < N-1; j++){
289      if (a[0][j] && m[0][j]){
290        for (c = j-1; c <= j+1; c++){
291         if (a[i][c] && m[i][c])  inc[a[0][j]-1][a[i][c]-1] = 1;
292         for (l = 0; l <= 1; l++){
```

```
293             if (a[0][j] != a[l][c] && a[l][c] && m[l][c]) inc[a[0][j
                    ]-1][a[l][c]-1] = 1;
294           }
295         }
296       }
297   }
298
299   //Linha N-1
300   i = 0;
301   for (j = 1; j < N-1; j++){
302       if (a[N-1][j] && m[N-1][j]){
303         for (c = j-1; c <= j+1; c++){
304           if (a[i][c] && m[i][c]) inc[a[N-1][j]-1][a[i][c]-1] = 1;
305           for (l = N-2; l <= N-1; l++){
306             if (a[N-1][j] != a[l][c] && a[l][c] && m[l][c]) inc[a[N-1][j
                    ]-1][a[l][c]-1] = 1;
307           }
308         }
309       }
310   }
311
312   //Pontas
313   if (a[0][0] && m[0][0]){
314     i = N-1;
315     if (a[N-1][N-1] && m[N-1][N-1])
316       inc[a[0][0]-1][a[i][i]-1] = 1;
317       for (l = 0; l <= 1; l++){
318         if (a[l][i] && m[l][i])  inc[a[0][0]-1][a[l][i]-1] = 1;
319         if (a[i][l] && m[i][l])  inc[a[0][0]-1][a[i][l]-1] = 1;
320         for (c = 0; c <= 1; c++){
321           if (a[0][0] != a[l][c] && a[l][c] && m[l][c])  inc[a
                    [0][0]-1][a[l][c]-1] = 1;
322         }
323       }
324   }
```

```
325   if (a[0][N-1] && m[0][N-1]){
326     i = N-1;
327     if (a[N-1][0] && m[N-1][0])  inc[a[0][N-1]-1][a[N-1][0]-1] = 1;
328     for (c = N-2; c <= N-1; c++){
329       if (a[i][c] && m[i][c])  inc[a[0][N-1]-1][a[i][c]-1] = 1;
330     }
331     for (l = 0; l <= 1; l++){
332       if (a[l][0] && m[l][0])  inc[a[0][N-1]-1][a[l][0]-1] = 1;
333       for (c = N-2; c <= N-1; c++){
334         if (a[0][N-1] != a[l][c] && a[l][c] && m[l][c])  inc[a[0][N
              -1]-1][a[l][c]-1] = 1;
335       }
336     }
337   }
338   if (a[N-1][0] && m[N-1][0]){
339     i = 0;
340     if (a[0][N-1] && m[0][N-1])  inc[a[N-1][0]-1][a[0][N-1]-1] = 1;
341     for (c = 0; c <= 1; c++){
342       if (a[i][c] && m[i][c])  inc[a[N-1][0]-1][a[i][c]-1] = 1;
343     }
344     for (l = N-2; l <= N-1; l++){
345       if (a[l][N-1] && m[l][N-1])  inc[a[N-1][0]-1][a[l][N-1]-1] = 1;
346       for (c = 0; c <= 1; c++){
347         if (a[N-1][0] != a[l][c] && a[l][c] && m[l][c])  inc[a[N
              -1][0]-1][a[l][c]-1] = 1;
348       }
349     }
350   }
351   if (a[N-1][N-1] && m[N-1][N-1]){
352     i = 0;
353     if (a[0][0] && m[0][0])  inc[a[N-1][N-1]-1][a[0][0]-1] = 1;
354     for (c = N-2; c <= N-1; c++){
355       if (a[i][c] && m[i][c]) inc[a[N-1][N-1]-1][a[i][c]-1] = 1;
356     }
357     for (l = N-2; l <= N-1; l++){
```

```
358         if (a[l][i] && m[l][i]) inc[a[N-1][N-1]-1][a[l][i]-1] = 1;
359         for (c = N-2; c <= N-1; c++){
360          if (a[N-1][N-1] != a[l][c] && a[l][c] && m[l][c]) inc[a[N-1][N
                 -1]-1][a[l][c]-1] = 1;
361         }
362       }
363     }
364 }
365
366 /*********************************************************************
367 Função principal
368 *********************************************************************/
369 int main (){
370   int i, t;
371   char arq1[20], arq2[20], arq3[20];
372   FILE *ar1, *ar2, *ar3;
373
374   sprintf (arq3,"%dpropr.txt",(int)(d*100));
375   ar3 = fopen(arq3,"w");
376   fprintf (ar3, "<k>\t<CMM>\t<Agrup>\n");
377   for (t = 0; t < A; t++){
378     sprintf(arq1,"%dautomato%d.txt", (int)(d*100), t);
379     sprintf(arq2,"%dtemporal%d.txt", (int)(d*100), t);
380     ar1 = fopen(arq1,"w");
381     ar2 = fopen(arq2,"w");
382     inicio();
383     distr();
384     fprintf(ar1, "%d\t%.14f\n", 0, som1());
385     fprintf(ar2, "%d\t%d\n", 0, som2());
386     for (i = 1; i < P; i++){
387       incid();
388       atividade();
389       move();
390       prob();
391       fprintf(ar1, "%d\t%.14f\n", i, som1());
```

```
392         fprintf(ar2, "%d\t%d\n", i, som2());
393       }
394       caminho();
395       fprintf(ar3,"%d\t%f\t%f\t%f\n", t, ki(), s1(), coefagrup());
396       pinc(t);
397       fclose(ar1);
398       fclose(ar2);
399     }
400     fclose(ar3);
401     return 0;
402 }
```

Apêndice C

```
1  #define N 40 //Tamanho da rede
2  #define d 0.125 //Densidade da populacao
3  #define d1 0.90 //Densidade da casta 1
4  #define g 0.05 //Parametro de ganho
5  #define pa 0.01 //Probabilidade de ativacao espontanea (pa>=0)
6  #define sa 0.01 //Nivel de atividade espontanea
7  #define P 1000 //Numero de passos
8  #define Am 10 //Numero de amostra
9
10 //Valores dos coeficientes acoplados
11 #define c1 1
12 #define c2 1
13 #define c3 1
14 #define c4 1
15 #define ieee 0.00000000000001
16 #define I ((int)(d*N*N))
17 #define V ((int)(P/r))
```

```
18
19 //Probabilidade de conexao
20 #define p11 0.0123
21 #define p12 0.0086
22 #define p21 0.0036
23
24 int m[N][N], m2[N][N], cast1[N][N], cast2[N][N], a[N][N], a2[N][N], inc
       [I][I];
25 float S1[N][N], S2[N][N]; //Matrizes dos valores de atividade
26
27 /*********************************************************************
28 Funcoes para inicializar
29 *********************************************************************/
30 void inicio (){
31   int i, j;
32   for (i = 0; i < N; i++){
33      for (j = 0; j < N; j++){
34         cast2[i][j] = cast1[i][j] = a2[i][j] = a[i][j] = m2[i][j] = m[i
               ][j] = 0;
35         S2[i][j] = S1[i][j] = ieee;
36      }
37   }
38 }
39
40 void distr (){
41   int i, j, c;
42   c = 0;
43   //Inicializa para Casta 1
44   do{
45     i = rand()%N;
46     j = rand()%N;
47     if (a[i][j] == 0){
48     S1[i][j] = (((double)rand())/RAND_MAX) + (rand()%2) - 1;
49       if (S1[i][j] > ieee) m[i][j] = 1;
50       c++;
```

```
51        a[i][j] = c;
52        cast1[i][j] = 1;
53    }
54    } while (c < (d1*d*N*N));
55    //Inicializa para Casta 2
56    do{
57      i = rand()%N;
58      j = rand()%N;
59      if (a[i][j] == 0){
60        S1[i][j]= (((double)rand())/RAND_MAX) + rand()%2 - 1;
61        if (S1[i][j] > ieee) m[i][j] = 1;
62          c++;
63          a[i][j] = c;
64          cast1[i][j] = 2;
65      }
66    } while (c < d*N*N);
67 }
68
69 /*********************************************************************
70 Atualizacao da Matriz S1 de S2
71 *********************************************************************/
72 Mesma função do Apêndice B
73 void atualiz (){}
74
75 /*********************************************************************
76 Funcoes para as margens
77 *********************************************************************/
78 Mesmas funções do Apêndice B
79 int cci (int i){}
80 int ccj (int j){}
81
82 /*********************************************************************
83 Funcoes atualizacao do MOVE()
84 *********************************************************************/
85 void atualmove (){
```

```
86   int i, j;
87   for (i = 0; i < N; i++){
88      for (j = 0; j < N; j++){
89         a[i][j] = a2[i][j];
90         m[i][j] = m2[i][j];
91         S1[i][j] = S2[i][j];
92         S2[i][j] = ieee;
93         cast1[i][j] = cast2[i][j];
94         cast2[i][j] = m2[i][j] = a2[i][j] = 0;
95      }
96   }
97 }
98
99 /*********************************************************************
100 Funcoes de movimento
101 *********************************************************************/
102 void move (){
103   int i, j, l, c, count, z;
104     for (i = 0; i < N; i++){
105        for (j = 0; j < N; j++){
106           if (a[i][j]){
107       if (m[i][j]){
108           count = z = 0;
109           do{
110           l = rand()%3 - 1;
111           c = rand()%3 - 1;
112           z++;
113           if (a[cci(i + l)][ccj(j + c)] == 0 && a2[cci(i + l)][ccj(j +
                c)] == 0){
114              a2[cci(i+l)][ccj(j+c)] = a[i][j];
115              m2[cci(i+l)][ccj(j+c)] = m[i][j];
116              S2[cci(i+l)][ccj(j+c)] = S1[i][j];
117           cast2[cci(i+l)][ccj(j+c)] = cast1[i][j];
118             m[i][j] = a[i][j] = cast1[i][j] = 0;
119                   S1[i][j] = ieee;
```

```
120                 count++;
121             }
122             } while (count == 0 && z < 6);
123             if (z >= 5){
124             a2[i][j] = a[i][j];
125             m2[i][j] = m[i][j];
126             S2[i][j] = S1[i][j];
127             cast2[i][j] = cast1[i][j];
128           m[i][j] = a[i][j] = cast1[i][j] = 0;
129                   S1[i][j] = ieee;
130             }
131         } else {
132             a2[i][j] = a[i][j];
133             m2[i][j] = m[i][j];
134             S2[i][j] = S1[i][j];
135             cast2[i][j] = cast1[i][j];
136           m[i][j] = a[i][j] = cast1[i][j] = 0;
137                   S1[i][j] = ieee;
138         }
139           }
140         }
141     }
142     atualmove();
143 }
144
145 /*********************************************************************
146 Função de ativação espontânea
147 *********************************************************************/
148 Mesma função do Apêndice B
149 void prob (){}
150
151 /*********************************************************************
152 Função soma de ativação espontânea
153 *********************************************************************/
154 float som1 (int ca){
```

```
155   int i, j;
156   float s;
157   s = 0.0;
158   for (i = 0; i < N; i++){
159      for (j = 0; j < N; j++){
160     if (cast1[i][j] == ca) s += S1[i][j];
161      }
162   }
163   return s;
164 }
165 
166 /*********************************************************************
167 Função soma de objetos ativos
168 *********************************************************************/
169 int som2 (int ca){
170   int i, j, s;
171   s = 0;
172   for (i = 0; i < N; i++){
173      for (j = 0; j < N; j++){
174         if (cast1[i][j]==ca) s += m[i][j];
175      }
176   }
177   return s;
178 }
179 
180 /*********************************************************************
181 Função para os coeficientes acoplados
182 *********************************************************************/
183 Mesmas funções do Apêndice B
184 float Coe1 (i,j){}
185 float Coe2 (i,j){}
186 
187 /*********************************************************************
188 Funções para o valor de atividade (S)
189 *********************************************************************/
```

```
190 float J(i, j, zc){
191     float act, z1, z2, z3, z4, z5, z6, z7, z8, z9;
192     if (m[i][j]){
193     if (zc != cast1[cci(i-1)][ccj(j-1)] || (zc == 1)) z1 = Coe1(cci(i
            -1), ccj(j-1))*S1[cci(i-1)][ccj(j-1)];
194     else z1 = 0;
195     if (zc != cast1[cci(i-1)][j] || (zc == 1))       z2 = Coe1(cci(i-1),
             j)*S1[cci(i-1)][j];
196     else z2 = 0;
197     if (zc != cast1[cci(i-1)][ccj(j+1)] || (zc == 1))   z3 = Coe1(cci(i
            -1), ccj(j+1))*S1[cci(i-1)][ccj(j+1)];
198     else z3 = 0;
199     if (zc != cast1[i][ccj(j-1)] || (zc == 1))       z4 = Coe1(i, ccj(j
            -1))*S1[i][ccj(j-1)];
200     else z4 = 0;
201                                         z5 = c1*S1[i][j];
202     if (zc != cast1[i][ccj(j+1)] || (zc == 1))       z6 = Coe1(i, ccj(j
            +1))*S1[i][ccj(j+1)];
203     else z6 = 0;
204     if (zc != cast1[cci(i+1)][ccj(j-1)] || (zc == 1))   z7 = Coe1(cci(i
            +1), ccj(j-1))*S1[cci(i+1)][ccj(j-1)];
205     else z7 = 0;
206     if (zc != cast1[cci(i+1)][j] || (zc == 1))       z8 = Coe1(cci(i+1),
             j)*S1[cci(i+1)][j];
207     else z8 = 0;
208     if (zc != cast1[cci(i+1)][ccj(j+1)] | |(zc == 1))   z9 = Coe1(cci(i
            +1), ccj(j+1))*S1[cci(i+1)][ccj(j+1)];
209     else z9 = 0;
210       act = tanh(g*(z1 + z2 + z3 + z4 + z5 + z6 + z7 + z8 + z9));
211   } else {
212      if (zc != cast1[cci(i-1)][ccj(j-1)] || (zc == 1))  z1 = Coe2(cci(i
            -1), ccj(j-1))*S1[cci(i-1)][ccj(j-1)];
213     else z1 = 0;
214     if (zc != cast1[cci(i-1)][j] || (zc == 1))       z2 = Coe2(cci(i-1),
             j)*S1[cci(i-1)][j];
```

```
215     else z2 = 0;
216     if (zc != cast1[cci(i-1)][ccj(j+1)] || (zc == 1))    z3 = Coe2(cci(i
            -1), ccj(j+1))*S1[cci(i-1)][ccj(j+1)];
217     else z3 = 0;
218     if (zc != cast1[i][ccj(j-1)] || (zc == 1))       z4 = Coe2(i, ccj(j
            -1))*S1[i][ccj(j-1)];
219     else z4 = 0;
220                                         z5 = c4*S1[i][j];
221     if (zc != cast1[i][ccj(j+1)] || (zc == 1))       z6 = Coe2(i, ccj(j
            +1))*S1[i][ccj(j+1)];
222     else z6 = 0;
223     if (zc != cast1[cci(i+1)][ccj(j-1)] || (zc == 1))    z7 = Coe2(cci(i
            +1), ccj(j-1))*S1[cci(i+1)][ccj(j-1)];
224     else z7 = 0;
225     if (zc != cast1[cci(i+1)][j] || (zc == 1))       z8 = Coe2(cci(i+1),
             j)*S1[cci(i+1)][j];
226     else z8 = 0;
227     if (zc != cast1[cci(i+1)][ccj(j+1)] || (zc == 1))    z9 = Coe2(cci(i
            +1), ccj(j+1))*S1[cci(i+1)][ccj(j+1)];
228     else z9 = 0;
229       act = tanh(g*(z1 + z2 + z3 + z4 + z5 + z6 + z7 + z8 + z9));
230   }
231     return act;
232 }
233
234 /*********************************************************************
235 Função Secundária
236 *********************************************************************/
237 void atividade (){
238   int i, j;
239   for (i = 0; i < N; i++){
240     for (j = 0; j < N; j++){
241       if (a[i][j]) S2[i][j] = J(i, j, cast1[i][j]);
242     }
243   }
```

```
244   atualiz();
245 }
246
247 /*********************************************************************
248 Construção da matriz de incidência
249 *********************************************************************/
250 void incid (){
251   int i, j, l, c;
252   float rincid;
253
254   //Meio
255   for (i = 1; i < N-1; i++){
256       for (j = 1; j < N-1; j++){
257           if (a[i][j] && m[i][j] && (cast1[i][j] == 1)){
258        for (l = i-1; l <= i+1; l++){
259            for (c = j-1; c <= j+1; c++){
260                   if (a[i][j] !=a [l][c] && a[l][c] && m[l][c]){
261           rincid = ((double)rand())/RAND_MAX;
262           if (cast1[l][c] == 1 && (rincid <= p11)){
263             inc[a[i][j]-1][a[l][c]-1] = 1;
264             inc[a[l][c]-1][a[i][j]-1] = 1;
265           } else if (cast1[l][c] == 2 && (rincid <= p12)){
266               inc[a[i][j]-1][a[l][c]-1] = 1;
267               inc[a[l][c]-1][a[i][j]-1] = 1;
268           }
269             }
270         }
271        }
272        } else if (a[i][j] && m[i][j] && cast1[i][j] == 2){
273             for (l = i-1; l <= i+1; l++){
274              for (c = j-1; c <= j+1; c++){
275                 rincid = ((double)rand())/RAND_MAX;
276                 if ((a[i][j] != a[l][c]) && a[l][c] && m[l][c] &&
                        cast1[i][j] != cast1[l][c] && (rincid <= p21)){
277                   inc[a[i][j]-1][a[l][c]-1] = 1;
```

```
278                     inc[a[l][c]-1][a[i][j]-1] = 1;
279                   }
280               }
281                }
282           }
283        }
284  }
285
286  //Coluna 0
287  j = N-1;
288  for (i = 1; i < N-1; i++){
289     if (a[i][0] && m[i][0] && cast1[i][0] == 1){
290       for (l = i-1; l <= i+1; l++){
291      if (a[l][j] && m[l][j]){
292        rincid = ((double)rand())/RAND_MAX;
293      if (cast1[l][j] == 1 && (rincid <= p11)) {
294        inc[a[l][j]-1][a[i][0]-1] = 1;
295        inc[a[i][0]-1][a[l][j]-1] = 1;
296      } else if (cast1[l][j] == 2 && (rincid <= p12)){
297               inc[a[l][j]-1][a[i][0]-1] = 1;
298           inc[a[i][0]-1][a[l][j]-1] = 1;
299      }
300      }
301      for (c = 0; c <= 1; c++){
302         if (a[i][0] != a[l][c] && a[l][c] && m[l][c]){
303         rincid = ((double)rand())/RAND_MAX;
304         if (cast1[l][c] == 1 && rincid <= p11){
305         inc[a[l][c]-1][a[i][0]-1] = 1;
306           inc[a[i][0]-1][a[l][c]-1] = 1;
307         } else if (cast1[l][c] == 2 && rincid <= p12){
308            inc[a[l][c]-1][a[i][0]-1] = 1;
309              inc[a[i][0]-1][a[l][c]-1] = 1;
310         }
311       }
312       }
```

```
313       }
314     } else if (a[i][0] && m[i][0] && cast1[i][0] == 2){
315         for (l = i-1; l <= i+1; l++){
316       rincid = ((double)rand())/RAND_MAX;
317       if (a[l][j] && m[l][j] && cast1[i][0] != cast1[l][j] && (rincid
            <= p21)){
318           inc[a[l][j]-1][a[i][0]-1] = 1;
319           inc[a[i][0]-1][a[l][j]-1] = 1;
320       }
321      for (c = 0; c <= 1; c++){
322       rincid = ((double)rand())/RAND_MAX;
323         if (a[i][0] != a[l][c] && a[l][c] && m[l][c] && cast1[i][0] !=
              cast1[l][c] && (rincid <= p21)){
324           inc[a[l][c]-1][a[i][0]-1]=1;
325           inc[a[i][0]-1][a[l][c]-1]=1;
326       }
327      }
328     }
329     }
330   }
331
332   //Coluna N-1
333   j = 0;
334   for (i = 1; i < N-1; i++){
335      if (a[i][N-1] && m[i][N-1] && cast1[i][N-1] == 1){
336        for (l = i-1; l <= i+1; l++){
337       if (a[l][j] && m[l][j]){
338       rincid = ((double)rand())/RAND_MAX;
339       if (cast1[l][j] == 1 && rincid <= p11){
340         inc[a[l][j]-1][a[i][N-1]-1] = 1;
341           inc[a[i][N-1]-1][a[l][j]-1] = 1;
342       } else if (cast1[l][j] == 2 && rincid <= p12){
343            inc[a[l][j]-1][a[i][N-1]-1] = 1;
344              inc[a[i][N-1]-1][a[l][j]-1] = 1;
345       }
```

```
346         }
347         for (c = N-2; c <= N-1; c++){
348            if (a[i][N-1] != a[l][c] && a[l][c] && m[l][c]){
349              rincid = ((double)rand())/RAND_MAX;
350            if (cast1[l][c] == 1 && (rincid <= p11)){
351              inc[a[i][N-1]-1][a[l][c]-1] = 1;
352              inc[a[l][c]-1][a[i][N-1]-1] = 1;
353            } else if (cast1[l][c] == 2 && rincid <= p12){
354                   inc[a[i][N-1]-1][a[l][c]-1] = 1;
355                 inc[a[l][c]-1][a[i][N-1]-1] = 1;
356            }
357          }
358          }
359           }
360         } else if (a[i][N-1] && m[i][N-1] && cast1[i][N-1] == 2){
361                  for (l = i-1; l <= i+1; l++){
362             rincid = ((double)rand())/RAND_MAX;
363             if (a[l][j] && m[l][j] && cast1[i][N-1] != cast1[l][j] &&
                    rincid <= p21){
364                 inc[a[i][N-1]-1][a[l][j]-1] = 1;
365               inc[a[l][j]-1][a[i][N-1]-1] = 1;
366             }
367             for (c = N-2; c <= N-1; c++){
368                 rincid = ((double)rand())/RAND_MAX;
369               if (a[i][N-1] != a[l][c] && a[l][c] && m[l][c] && cast1[i][
                    N-1] != cast1[l][c] && rincid <= p21){
370                  inc[a[l][c]-1][a[i][N-1]-1] = 1;
371                  inc[a[i][N-1]-1][a[l][c]-1] = 1;
372               }
373             }
374                }
375         }
376   }
377
378   //Linha 0
```

```
379  i = N-1;
380  for (j = 1; j < N-1; j++){
381     if (a[0][j] && m[0][j] && cast1[0][j] == 1){
382       for (c = j-1; c <= j+1; c++){
383      if (a[i][c] && m[i][c]){
384      rincid = ((double)rand())/RAND_MAX;
385      if (cast1[i][c] == 1 && rincid <= p11){
386          inc[a[0][j]-1][a[i][c]-1] = 1;
387          inc[a[i][c]-1][a[0][j]-1] = 1;
388      } else if (cast1[i][c] == 2 && rincid <= p12){
389           inc[a[0][j]-1][a[i][c]-1] = 1;
390             inc[a[i][c]-1][a[0][j]-1] = 1;
391      }
392      }
393      for (l = 0; l <= 1; l++){
394         if (a[0][j] != a[l][c] && a[l][c] && m[l][c]){
395         rincid = ((double)rand())/RAND_MAX;
396         if (cast1[l][c] == 1 && rincid <= p11){
397           inc[a[0][j]-1][a[l][c]-1] = 1;
398           inc[a[l][c]-1][a[0][j]-1] = 1;
399         } else if (cast1[l][c] == 2 && rincid <= p12){
400              inc[a[0][j]-1][a[l][c]-1] = 1;
401              inc[a[l][c]-1][a[0][j]-1] = 1;
402         }
403         }
404      }
405       }
406    } else if (a[0][j] && m[0][j] && cast1[0][j] == 2){
407             for (c = j-1; c <= j+1; c++){
408          rincid = ((double)rand())/RAND_MAX;
409          if (a[i][c] && m[i][c] && cast1[0][j] != cast1[i][c] &&
                rincid <= p21){
410            inc[a[0][j]-1][a[i][c]-1] = 1;
411            inc[a[i][c]-1][a[0][j]-1] = 1;
412            }
```

```
413           for (l = 0; l <= 1; l++){
414            rincid = ((double)rand())/RAND_MAX;
415              if (a[0][j] != a[l][c] && a[l][c] && m[l][c] && cast1[0][j
                     ] != cast1[l][c] && rincid <= p21){
416                inc[a[0][j]-1][a[l][c]-1] = 1;
417                inc[a[l][c]-1][a[0][j]-1] = 1;
418            }
419             }
420              }
421    }
422  }
423
424  //Linha N-1
425  i = 0;
426  for (j = 1; j < N-1; j++){
427     if (a[N-1][j] && m[N-1][j] && cast1[N-1][j] == 1){
428       for (c = j-1; c <= j+1; c++){
429      if (a[i][c] && m[i][c]){
430      rincid = ((double)rand())/RAND_MAX;
431      if (cast1[i][c] == 1 && rincid <= p11){
432          inc[a[N-1][j]-1][a[i][c]-1] = 1;
433          inc[a[i][c]-1][a[N-1][j]-1] = 1;
434      } else if (cast1[i][c] == 2 && rincid <= p12){
435           inc[a[N-1][j]-1][a[i][c]-1] = 1;
436             inc[a[i][c]-1][a[N-1][j]-1] = 1;
437      }
438      }
439      for (l = N-2; l <= N-1; l++){
440       if (a[N-1][j] != a[l][c] && a[l][c] && m[l][c]){
441         rincid = ((double)rand())/RAND_MAX;
442         if (cast1[l][c] == 1 && rincid <= p11){
443           inc[a[N-1][j]-1][a[l][c]-1] = 1;
444           inc[a[l][c]-1][a[N-1][j]-1] = 1;
445             } else if (cast1[l][c] == 2 && rincid <= p12){
446              inc[a[N-1][j]-1][a[l][c]-1] = 1;
```

```
447                 inc[a[l][c]-1][a[N-1][j]-1] = 1;
448             }
449         }
450       }
451         }
452     } else if (a[N-1][j] && m[N-1][j] && cast1[N-1][j] == 2){
453               for (c = j-1; c <= j+1; c++){
454         rincid = ((double)rand())/RAND_MAX;
455         if (a[i][c] && m[i][c] && cast1[N-1][j] != cast1[i][c] &&
              rincid <= p21){
456             inc[a[i][c]-1][a[N-1][j]-1] = 1;
457             inc[a[N-1][j]-1][a[i][c]-1] = 1;
458         }
459         for (l = N-2; l <= N-1; l++){
460          rincid=((double)rand())/RAND_MAX;
461           if (a[N-1][j] != a[l][c] && a[l][c] && m[l][c] && cast1[N
                -1][j] != cast1[l][c] && rincid <= p21){
462             inc[a[l][c]-1][a[N-1][j]-1] = 1;
463             inc[a[N-1][j]-1][a[l][c]-1] = 1;
464             }
465          }
466         }
467     }
468 }
469
470 //Pontas
471 if (a[0][0] && m[0][0] && cast1[0][0] == 1){
472   i = N-1;
473   if (a[N-1][N-1] && m[N-1][N-1]){
474   rincid = ((double)rand())/RAND_MAX;
475   if (cast1[N-1][N-1] == 1 && rincid <= p11){
476       inc[a[0][0]-1][a[i][i]-1] = 1;
477       inc[a[i][i]-1][a[0][0]-1] = 1;
478   } else if (cast1[N-1][N-1] == 2 && rincid <= p12){
479         inc[a[0][0]-1][a[i][i]-1] = 1;
```

```
480             inc[a[i][i]-1][a[0][0]-1] = 1;
481     }
482     }
483     for (l = 0; l <= 1; l++){
484       if (a[l][i] && m[l][i]){
485      rincid = ((double)rand())/RAND_MAX;
486      if (cast1[l][i] == 1 && rincid <= p11){
487        inc[a[0][0]-1][a[l][i]-1] = 1;
488        inc[a[l][i]-1][a[0][0]-1] = 1;
489      } else if (cast1[l][i] == 2 && rincid <= p12){
490          inc[a[0][0]-1][a[l][i]-1] = 1;
491          inc[a[l][i]-1][a[0][0]-1] = 1;
492      }
493      }
494        if (a[i][l] && m[i][l]){
495      rincid = ((double)rand())/RAND_MAX;
496      if (cast1[i][l] == 1 && rincid <= p11){
497        inc[a[0][0]-1][a[i][l]-1] = 1;
498        inc[a[i][l]-1][a[0][0]-1] = 1;
499      } else if (cast1[i][l] == 2 && rincid <= p12){
500          inc[a[0][0]-1][a[i][l]-1] = 1;
501          inc[a[i][l]-1][a[0][0]-1] = 1;
502      }
503        }
504        for (c = 0; c <= 1; c++){
505       if (a[0][0] != a[l][c] && a[l][c] && m[l][c]){
506       rincid = ((double)rand())/RAND_MAX;
507       if (cast1[l][c] == 1 && rincid <= p11){
508         inc[a[0][0]-1][a[l][c]-1] = 1;
509           inc[a[l][c]-1][a[0][0]-1] = 1;
510       } else if (cast1[l][c] == 2 && rincid <= p12){
511            inc[a[0][0]-1][a[l][c]-1] = 1;
512              inc[a[l][c]-1][a[0][0]-1] = 1;
513        }
514        }
```

```
515         }
516       }
517     } else if (a[0][0] && m[0][0] && cast1[0][0] == 2){
518           i = N-1;
519           rincid = ((double)rand())/RAND_MAX;
520           if (a[N-1][N-1] && m[N-1][N-1] && cast1[0][0] != cast1[N-1][N
                -1] && rincid <= p21){
521              inc[a[0][0]-1][a[i][i]-1] = 1;
522              inc[a[i][i]-1][a[0][0]-1] = 1;
523            }
524           for (l = 0; l <= 1; l++){
525            rincid = ((double)rand())/RAND_MAX;
526            if (a[l][i] && m[l][i] && cast1[0][0] != cast1[l][i] &&
                  rincid <= p21){
527                      inc[a[0][0]-1][a[l][i]-1] = 1;
528               inc[a[l][i]-1][a[0][0]-1] = 1;
529            }
530            rincid = ((double)rand())/RAND_MAX;
531              if (a[i][l] && m[i][l] && cast1[0][0] != cast1[i][l] &&
                    rincid <= p21){
532               inc[a[0][0]-1][a[i][l]-1] = 1;
533              inc[a[i][l]-1][a[0][0]-1] = 1;
534            }
535              for (c = 0; c <= 1; c++){
536                  rincid = ((double)rand())/RAND_MAX;
537             if (a[0][0]!=a[l][c] && a[l][c] && m[l][c] && cast1[0][0] !=
                    cast1[l][c] && rincid <= p21){
538              inc[a[0][0]-1][a[l][c]-1] = 1;
539              inc[a[l][c]-1][a[0][0]-1] = 1;
540             }
541            }
542         }
543       }
544       if (a[0][N-1] && m[0][N-1] && cast1[0][N-1] == 1){
545         i = N-1;
```

```
546       if (a[N-1][0] && m[N-1][0]){
547     rincid = ((double)rand())/RAND_MAX;
548     if (cast1[N-1][0] == 1 && rincid <= p11){
549         inc[a[0][N-1]-1][a[N-1][0]-1] = 1;
550           inc[a[N-1][0]-1][a[0][N-1]-1] = 1;
551     } else if (cast1[N-1][0] == 2 && rincid <= p12){
552           inc[a[0][N-1]-1][a[N-1][0]-1] = 1;
553                 inc[a[N-1][0]-1][a[0][N-1]-1] = 1;
554     }
555       }
556       for (c = N-2; c <= N-1; c++){
557        if (a[i][c] && m[i][c]){
558        rincid = ((double)rand())/RAND_MAX;
559        if (cast1[i][c] == 1 && rincid <= p11){
560        inc[a[0][N-1]-1][a[i][c]-1] = 1;
561        inc[a[i][c]-1][a[0][N-1]-1] = 1;
562        } else if (cast1[i][c] == 2 && rincid <= p12){
563           inc[a[0][N-1]-1][a[i][c]-1] = 1;
564           inc[a[i][c]-1][a[0][N-1]-1] = 1;
565        }
566     }
567       }
568       for (l = 0; l <= 1; l++){
569        if (a[l][0] && m[l][0]){
570        rincid = ((double)rand())/RAND_MAX;
571        if (cast1[l][0] == 1 && rincid <= p11){
572           inc[a[0][N-1]-1][a[l][0]-1] = 1;
573           inc[a[l][0]-1][a[0][N-1]-1] = 1;
574        } else if(cast1[l][0] == 2 && rincid <= p12){
575             inc[a[0][N-1]-1][a[l][0]-1] = 1;
576             inc[a[l][0]-1][a[0][N-1]-1] = 1;
577        }
578     }
579       for (c = N-2; c <= N-1; c++){
580        if (a[0][N-1] != a[l][c] && a[l][c] && m[l][c]){
```

```
581         rincid = ((double)rand())/RAND_MAX;
582         if (cast1[l][c] == 1 && rincid <= p11){
583             inc[a[0][N-1]-1][a[l][c]-1] = 1;
584             inc[a[l][c]-1][a[0][N-1]-1] = 1;
585         } else if (cast1[l][c] == 2 && rincid <= p12){
586              inc[a[0][N-1]-1][a[l][c]-1] = 1;
587                inc[a[l][c]-1][a[0][N-1]-1] = 1;
588         }
589         }
590      }
591       }
592     } else if (a[0][N-1] && m[0][N-1] && cast1[0][N-1] == 2){
593          i = N-1;
594          rincid = ((double)rand())/RAND_MAX;
595          if (a[N-1][0] && m[N-1][0] && cast1[0][N-1] != cast1[N-1][0] &&
                rincid <= p21){
596              inc[a[0][N-1]-1][a[N-1][0]-1]=1;
597              inc[a[N-1][0]-1][a[0][N-1]-1]=1;
598            }
599          for (c = N-2; c <= N-1; c++){
600           rincid=((double)rand())/RAND_MAX;
601               if (a[i][c] && m[i][c] && cast1[0][N-1] != cast1[i][c] &&
                    rincid <= p21){
602                inc[a[0][N-1]-1][a[i][c]-1] = 1;
603              inc[a[i][c]-1][a[0][N-1]-1] = 1;
604             }
605              }
606          for (l = 0; l <= 1; l++){
607           rincid = ((double)rand())/RAND_MAX;
608               if (a[l][0] && m[l][0] && cast1[0][N-1] != cast1[l][0] &&
                    rincid <= p21){
609           inc[a[0][N-1]-1][a[l][0]-1]=1;
610           inc[a[l][0]-1][a[0][N-1]-1]=1;
611             }
612               for (c = N-2; c <= N-1; c++){
```

```
613             rincid = ((double)rand())/RAND_MAX;
614             if (a[0][N-1] != a[l][c] && a[l][c] && m[l][c] && cast1[0][N
                    -1] != cast1[l][c] && rincid <= p21){
615             inc[a[0][N-1]-1][a[l][c]-1] = 1;
616               inc[a[l][c]-1][a[0][N-1]-1] = 1;
617               }
618              }
619               }
620     }
621     if (a[N-1][0] && m[N-1][0] && cast1[N-1][0] == 1){
622       i = 0;
623       if (a[0][N-1] && m[0][N-1]){
624       rincid = ((double)rand())/RAND_MAX;
625       if (cast1[0][N-1] == 1 && rincid <= p11){
626       inc[a[N-1][0]-1][a[0][N-1]-1] = 1;
627           inc[a[0][N-1]-1][a[N-1][0]-1] = 1;
628         } else if (cast1[0][N-1] == 2 && rincid <= p12){
629           inc[a[N-1][0]-1][a[0][N-1]-1] = 1;
630                 inc[a[0][N-1]-1][a[N-1][0]-1] = 1;
631         }
632       }
633       for (c = 0; c <= 1; c++){
634          if (a[i][c] && m[i][c]){
635        rincid=((double)rand())/RAND_MAX;
636        if (cast1[i][c] == 1 && rincid <= p11){
637        inc[a[N-1][0]-1][a[i][c]-1] = 1;
638        inc[a[i][c]-1][a[N-1][0]-1] = 1;
639        } else if (cast1[i][c] == 2 && rincid <= p12){
640             inc[a[N-1][0]-1][a[i][c]-1] = 1;
641             inc[a[i][c]-1][a[N-1][0]-1] = 1;
642        }
643        }
644       }
645       for (l = N-2; l <= N-1; l++){
646          if (a[l][N-1] && m[l][N-1]){
```

```
647       rincid = ((double)rand())/RAND_MAX;
648       if (cast1[l][N-1] == 1 && rincid <= p11){
649       inc[a[N-1][0]-1][a[l][N-1]-1] = 1;
650       inc[a[l][N-1]-1][a[N-1][0]-1] = 1;
651       } else if (cast1[l][N-1] == 2 && rincid <= p12){
652            inc[a[N-1][0]-1][a[l][N-1]-1] = 1;
653            inc[a[l][N-1]-1][a[N-1][0]-1] = 1;
654       }
655       }
656       for (c = 0; c <= 1; c++){
657      if (a[N-1][0] != a[l][c] && a[l][c] && m[l][c]){
658        rincid = ((double)rand())/RAND_MAX;
659        if (cast1[l][c] == 1 && rincid <= p11){
660        inc[a[N-1][0]-1][a[l][c]-1] = 1;
661          inc[a[l][c]-1][a[N-1][0]-1] = 1;
662        } else if (cast1[l][c] == 2 && rincid <= p12){
663           inc[a[N-1][0]-1][a[l][c]-1] = 1;
664             inc[a[l][c]-1][a[N-1][0]-1] = 1;
665        }
666       }
667      }
668    }
669    } else if (a[N-1][0] && m[N-1][0] && (cast1[N-1][0] == 2)){
670          i = 0;
671          rincid = ((double)rand())/RAND_MAX;
672          if (a[0][N-1] && m[0][N-1] && cast1[N-1][0] != cast1[0][N-1] &&
                rincid <= p21){
673              inc[a[N-1][0]-1][a[0][N-1]-1] = 1;
674              inc[a[0][N-1]-1][a[N-1][0]-1] = 1;
675
676       }
677          for (c = 0; c <= 1; c++){
678           rincid = ((double)rand())/RAND_MAX;
679               if (a[i][c] && m[i][c] && cast1[N-1][0] != cast1[i][c] &&
                    rincid <= p21){
```

```
680           inc[a[N-1][0]-1][a[i][c]-1] = 1;
681           inc[a[i][c]-1][a[N-1][0]-1] = 1;
682             }
683           }
684           for (l = N-2; l <= N-1; l++){
685           rincid = ((double)rand())/RAND_MAX;
686               if (a[l][N-1] && m[l][N-1] && cast1[N-1][0] != cast1[l][N
                      -1] && rincid <= p21){
687           inc[a[N-1][0]-1][a[l][N-1]-1] = 1;
688           inc[a[l][N-1]-1][a[N-1][0]-1] = 1;
689             }
690               for (c = 0; c <= 1; c++){
691            rincid = ((double)rand())/RAND_MAX;
692            if (a[N-1][0] != a[l][c] && a[l][c] && m[l][c] && cast1[N
                   -1][0] != cast1[l][c] && rincid <= p21){
693              inc[a[N-1][0]-1][a[l][c]-1] = 1;
694              inc[a[l][c]-1][a[N-1][0]-1] = 1;
695            }
696             }
697           }
698     }
699       if (a[N-1][N-1] && m[N-1][N-1] && cast1[N-1][N-1] == 1){
700         i = 0;
701         if (a[0][0] && m[0][0]){
702        rincid = ((double)rand())/RAND_MAX;
703        if (cast1[0][0] == 1 && rincid <= p11){
704         inc[a[N-1][N-1]-1][a[0][0]-1] = 1;
705             inc[a[0][0]-1][a[N-1][N-1]-1] = 1;
706        } else if (cast1[0][0] == 2 && rincid <= p12){
707             inc[a[N-1][N-1]-1][a[0][0]-1] = 1;
708                 inc[a[0][0]-1][a[N-1][N-1]-1] = 1;
709        }
710           }
711        for (c = N-2; c <= N-1; c++){
712             if (a[i][c] && m[i][c]){
```

```
713         rincid = ((double)rand())/RAND_MAX;
714         if (cast1[i][c] == 1 && rincid <= p11){
715           inc[a[N-1][N-1]-1][a[i][c]-1] = 1;
716           inc[a[i][c]-1][a[N-1][N-1]-1] = 1;
717         } else if (cast1[i][c] == 2 && rincid <= p12){
718               inc[a[N-1][N-1]-1][a[i][c]-1] = 1;
719               inc[a[i][c]-1][a[N-1][N-1]-1] = 1;
720         }
721           }
722       }
723         for (l = N-2; l <= N-1; l++){
724               if (a[l][i] && m[l][i]){
725          rincid = ((double)rand())/RAND_MAX;
726          if (cast1[l][i] == 1 && rincid <= p11){
727          inc[a[N-1][N-1]-1][a[l][i]-1] = 1;
728          inc[a[l][i]-1][a[N-1][N-1]-1] = 1;
729          } else if (cast1[l][i] == 2 && rincid <= p12){
730                  inc[a[N-1][N-1]-1][a[l][i]-1] = 1 ;
731                inc[a[l][i]-1][a[N-1][N-1]-1] = 1 ;
732               }
733          }
734               for (c = N-2; c <= N-1; c++){
735           if (a[N-1][N-1] != a[l][c] && a[l][c] && m[l][c]){
736           rincid = ((double)rand())/RAND_MAX;
737           if (cast1[l][c] == 1 && rincid <= p11){
738             inc[a[N-1][N-1]-1][a[l][c]-1] = 1;
739               inc[a[l][c]-1][a[N-1][N-1]-1] = 1;
740           } else if (cast1[l][c] == 2 && rincid <= p12){
741                 inc[a[N-1][N-1]-1][a[l][c]-1] = 1;
742                   inc[a[l][c]-1][a[N-1][N-1]-1] = 1;
743           }
744           }
745          }
746        }
747     } else if (a[N-1][N-1] && m[N-1][N-1] && cast1[N-1][N-1] == 2){
```

```
748             i = 0;
749             rincid = ((double)rand())/RAND_MAX;
750             if (a[0][0] && m[0][0] && cast1[N-1][N-1] != cast1[0][0] &&
                    rincid <= p21){
751               inc[a[N-1][N-1]-1][a[0][0]-1] = 1;
752                 inc[a[0][0]-1][a[N-1][N-1]-1] = 1;
753               }
754             for (c = N-2; c <= N-1; c++){
755           rincid = ((double)rand())/RAND_MAX;
756             if (a[i][c] && m[i][c] && cast1[N-1][N-1] != cast1[i][c] &&
                    rincid <= p21){
757           inc[a[N-1][N-1]-1][a[i][c]-1] = 1;
758           inc[a[i][c]-1][a[N-1][N-1]-1] = 1;
759             }
760         }
761             for (l = N-2; l <= N-1; l++){
762           rincid = ((double)rand())/RAND_MAX;
763               if (a[l][i] && m[l][i] && cast1[N-1][N-1] != cast1[l][i]
                    && rincid <= p21){
764           inc[a[N-1][N-1]-1][a[l][i]-1] = 1;
765           inc[a[l][i]-1][a[N-1][N-1]-1] = 1;
766       }
767               for (c = N-2; c <= N-1; c++){
768             rincid = ((double)rand())/RAND_MAX;
769             if (a[N-1][N-1] != a[l][c] && a[l][c] && m[l][c] && cast1[N
                    -1][N-1] != cast1[l][c] && rincid <= p21){
770               inc[a[N-1][N-1]-1][a[l][c]-1] = 1;
771               inc[a[l][c]-1][a[N-1][N-1]-1] = 1;
772             }
773               }
774         }
775     }
776 }
777
778 /*********************************************************************
```

```
779 Função principal
780 ***************************************************************/
781 int main (){
782   int i, t;
783   char arq1[20], arq2[20];
784   FILE *ar1, *ar2;
785   for (t = 0; t < Am; t++){
786     sprintf(arq1,"%dautomato%d.txt", (int)(d*100), t);
787     sprintf(arq2,"%dtemporal%d.txt", (int)(d*100), t);
788     ar1 = fopen(arq1,"w");
789     ar2 = fopen(arq2,"w");
790     inicio();
791     distr();
792     fprintf(ar1, "%d\t%.14f\t%.14f\n", 0, som1(1), som1(2));
793     fprintf(ar2, "%d\t%d\t%d\n", 0, som2(1), som2(2));
794     incid();
795     for (i = 1; i < P; i++){
796       atividade();
797       move();
798       prob();
799       fprintf(ar1, "%d\t%.14f\t%.14f\n", i, som1(1), som1(2));
800       fprintf(ar2, "%d\t%d\t%d\n", i, som2(1), som2(2));
801     }
802     fclose(ar1);
803     fclose(ar2);
804   }
805   return 0;
806 }
```